



Fusion ensembliste de donn´ees pour la surveillance des personnes d´ependantes en habitat intelligent

Mohamed-Hedi Amri

► To cite this version:

Mohamed-Hedi Amri. Fusion ensembliste de donn´ees pour la surveillance des personnes d´ependantes en habitat intelligent. Autre. Universit´e d'Orl´eans, 2015. Français. NNT : 2015ORLE2030 . tel-01341647

HAL Id: tel-01341647

<https://theses.hal.science/tel-01341647>

Submitted on 4 Jul 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE MIPTIS

LABORATOIRE : PRISME

THÈSE présentée par :

Mohamed-Hédi AMRI

soutenue le **7 décembre 2015**

pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université d'Orléans**

Discipline : **Automatique**

Fusion ensembliste de données pour la surveillance des personnes dépendantes en habitat intelligent

Membres du jury :

Jean-Jacques LESAGE

Luc JAULIN

Dominique MEIZEL

Etienne COLLE

Pascal DORÉ

Nacim RAMDANI

Yasmina BECIS

Didier AUBRY

PU à l'ENS-Cachan

PU à l'ENSTA-Bretagne

PU à l'ENSI-Limoges

PU à l'Université d'Evry Val d'Essonne

Responsable Recherche à LEGRAND

PU à l'Université d'Orléans

MdC à l'Université d'Orléans

MdC à l'Université d'Orléans

Président du jury

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Directeur de thèse

Co-endarant

Co-encadrant

Pour l'âme de mon père

Remerciements

Un grand merci tout d'abord à Monsieur Nacim RAMDANI, mon directeur de thèse pour m'avoir guidé, conseillé et encouragé tout en me laissant une grande liberté durant ces dernières trois années. Ses qualités scientifiques et humaines m'ont permis de progresser dans plusieurs domaines. Pour sa disponibilité quotidienne, sa confiance et sa sympathie je le remercie vivement. Je remercie également Yasmina BECIS et Didier AUBRY pour leur participation à l'orientation de la thèse et pour leurs conseils. Leur sympathie et gentillesse à mon égard ont rendu cette thèse très agréable.

Un remerciement particulier à Monsieur Yves PARMANTIER, responsable du pôle capteurs, sans lui cette thèse n'aurait pas été financée. Sa gentillesse, ses qualités professionnelles ainsi qu'humaines m'ont beaucoup aidé pour accomplir ce travail dans les meilleures conditions. Je le remercie vivement.

Je tiens à remercier la communauté d'agglomération de Bourges, les Conseils généraux du Cher et du Loir-et-Cher, les Conseils régionaux du Centre et du Limousin, le ministère de l'Économie, du Redressement productif et du Numérique, le Fonds Européen de Développement Régional (FEDER) du Centre et du Limousin et BPI France pour avoir financé cette thèse dans le cadre du projet FUI 14 collectivités E-monitor'âge. Ce projet est soutenu par les pôles de compétitivité S2E2, Elopsys, Risques et SCS.

Je remercie chaleureusement mes rapporteurs Monsieur Luc JAULIN, Professeur à l'ENSTA de Bretagne, et Monsieur Dominique MEIZEL, Professeur à l'ENSI de Limoges, pour le temps et le soin qu'ils ont pris à lire mon manuscrit ainsi que pour leurs remarques et suggestions pour améliorer celui-ci. Je tiens à remercier également Monsieur Etienne COLLE, Professeur à l'Université d'Evry Val d'Essonne, et Monsieur Jean-Jacques LESAGE, Professeur à l'ENS de Cachan, pour avoir examiné mon travail et accepté d'être parmi les membres de mon jury de soutenance, ainsi que Monsieur Pascal DORÉ, Responsable Recherche à LEGRAND Limoges, pour avoir fait partie de mon jury en tant qu'examineur.

Je remercie Monsieur Azeddine KOURTA, directeur du PRISME de m'avoir accueilli dans son laboratoire, au sein de l'équipe IRAUS.

J'adresse mes remerciements à tous mes collègues du laboratoire, qui ont été l'âme du cadre sympathique et de la bonne ambiance stimulante propice au travail mais aussi à la détente dans laquelle j'ai pu évoluer durant cette thèse. Je leur souhaite toute la réussite. Une pensée particulière pour Arnaud Paris, mon collaborateur au projet E-monitor'âge, pour son amitié, son aide sur le plan professionnel ainsi que personnel et ses conseils précieux. Merci à Sonia, Adina et Lounis pour l'ambiance familiale au bureau. Merci également à mes amis Rahma, Asma, Hichem et Bachir pour leur soutien. Mes sentiments vont particulièrement à Laure Spina pour sa gentillesse et son efficacité. Je tiens aussi

à mentionner le plaisir que j'ai eu à travailler au sein du laboratoire PRSIME à l'IUT de Bourges, et j'en remercie ici tous les membres.

Merci à ma chère mère Aicha pour son amour à qui je dédie ce travail et ma famille en particulier ma soeur Samia, qui a veillé sur moi depuis mon enfance, pour leur soutien et encouragements.

Je tiens à remercier chaleureusement Sami Hazoug et Elizabeth Boehm pour leur aide précieuse durant mon séjour en France et leurs conseils sur le plan professionnel. Sans eux je ne serai pas arrivé là.

Enfin, je termine en remerciant mon ami Alexandre Le Bozec pour sa patience, sa compassion, son aide psychologique lors des moments très difficiles. Sa présence m'a permis de terminer en beauté cette thèse. Merci pour ton soutien.

Table des matières

1	Introduction générale	2
1.1	Introduction	2
1.2	Objectifs et hypothèses du travail	4
1.3	Plan du manuscrit	5
1.4	Publications	6
2	Capteurs utilisés dans les maisons intelligentes	8
2.1	Introduction	9
2.2	Les capteurs utilisés dans les maisons intelligentes	9
2.2.1	Les capteurs d'environnement	9
2.2.1.1	Les capteurs pyroélectriques	9
2.2.1.2	Les capteurs magnétiques	12
2.2.1.3	Les capteurs de luminosité, de température et d'humidité	12
2.2.1.4	Les capteurs de vibration	13
2.2.1.5	Les capteurs de pression	13
2.2.1.6	Les capteurs RFID	14
2.2.1.7	Capteur de puissance	14
2.2.1.8	Capteur de son	15
2.2.1.9	Capteur de vision	15
2.2.1.10	Capteur de qualité d'air	15
2.2.1.11	Capteur de respiration	15
2.2.1.12	Capteur de présence dans le lit : capteur à base de thermopile	16
2.2.2	Les capteurs portés	16
2.2.2.1	Les accéléromètres	16
2.2.2.2	Les gyroscopes	17
2.2.2.3	Les magnétomètres	18
2.2.2.4	Capteur UWB	18
2.3	Fusion de données	19
2.3.1	Estimation d'état	19
2.3.1.1	Maximum de vraisemblance	20
2.3.1.2	Filtre de Kalman	21
2.3.1.3	Filtre particulaire	24
2.3.2	Fusion de décisions	27

2.3.2.1	Méthode du vote	28
2.3.2.2	Approche bayésienne	29
2.3.2.3	Théorie des croyances	30
2.3.3	Association de données	32
2.3.3.1	Les k-plus proches voisins	33
2.3.3.2	Association probabiliste de données	34
2.3.3.3	Méthode d'association probabiliste conjointe de données	35
2.3.3.4	Le pistage à hypothèses multiples	36
2.4	Conclusion	37
3	Méthode ensembliste pour l'estimation robuste d'état	39
3.1	Introduction	40
3.2	Estimation ensembliste	40
3.3	Analyse par intervalles	42
3.3.1	Définitions de base	42
3.3.1.1	Intervalles	42
3.3.1.2	Opérations arithmétiques	45
3.3.1.3	Opérations ensemblistes	46
3.3.1.4	Phénomène de dépendance	47
3.3.1.5	Phénomène d'enveloppement	48
3.3.2	Fonctions d'inclusion	48
3.3.2.1	Propriétés des fonctions d'inclusion	49
3.3.2.2	Fonctions d'inclusion élémentaires	50
3.3.2.3	Fonctions d'inclusion naturelles	51
3.3.3	Algorithme d'inversion ensembliste : SIVIA	52
3.3.4	Les contracteurs	56
3.3.4.1	Problème de satisfaction de contraintes	56
3.3.4.2	Méthode d'élimination de Gauss	58
3.3.4.3	Contracteur de Gauss-Seidel	58
3.3.4.4	Contracteur de Krawczyk	59
3.3.4.5	Contracteur par propagation-rétropropagation	59
3.4	Contracteur robuste pour l'estimation d'état	60
3.4.1	Principe	60
3.4.2	Intersection q -relaxée	64
3.4.3	Calcul de la solution q -relaxée	65
3.5	Conclusion	67
4	Localisation intérieure robuste d'une cible mobile unique	68
4.1	Introduction	69
4.2	Configuration matérielle	71
4.2.1	Le Living Lab	71
4.2.2	Zonage de l'espace du Living Lab	72

4.3	Approche ensembliste pour la localisation en intérieure	75
4.3.1	Formulation mathématique	75
4.3.2	Modèle de mobilité	76
4.3.3	Modèle d'observation	77
4.3.3.1	Détection de mouvement	77
4.3.3.2	Mesure de distances	78
4.3.3.3	Mesure de son	82
4.3.4	Algorithme proposé	83
4.4	Résultats expérimentaux	88
4.4.1	Scénario 1	89
4.4.2	Scénario 2	90
4.4.3	Scénario 3	93
4.5	Application pour la détection et l'identification de défauts de capteurs . . .	95
4.5.1	Détection et isolation de défauts de capteurs	95
4.5.2	Approche ensembliste pour la détection et l'identification de défauts	97
4.5.2.1	Cas d'absence de défaut	97
4.5.2.2	Cas de détection de défaut	99
4.5.2.3	Cas d'isolation de défaut	100
4.5.3	Résultats expérimentaux	102
4.6	Conclusion	105
5	Localisation intérieure robuste de deux cibles mobiles	106
5.1	Introduction	107
5.1.1	Revue de la littérature	107
5.1.2	Cadre ensembliste	108
5.2	Problème de satisfiabilité	109
5.2.1	Définitions	109
5.2.2	Satisfiabilité	110
5.2.3	Problème SAT	111
5.3	L'outil solveur iSAT	112
5.4	Problème SAT pour la localisation de deux cibles mobiles	113
5.4.1	Formulation du problème	113
5.4.2	Exemple : résolution du problème à l'aide du solveur iSAT	114
5.5	Observateur à horizon glissant pour la localisation de deux cibles mobiles .	118
5.5.1	Estimation d'état à un horizon glissant	118
5.5.2	Formulation mathématique	119
5.5.3	Observateur à horizon glissant basé sur iSAT pour la localisation de deux personnes	119
5.6	Conclusion	128
6	Conclusion générale	129

Liste des figures

2.1	Détecteur de mouvement ¹	10
2.2	Détecteur pyroélectrique à 2 éléments sensibles	10
2.3	Répartition des zones de détection et des zones aveugles en vue de dessus d'un PIR	11
2.4	Réponse d'un détecteur pyroélectrique lors du passage d'une source de chaleur	11
2.5	Capteur magnétique ²	12
2.6	Interrupteur à lames souples	12
2.7	Capteurs de pression placés sur un paillason et distribution des forces de pression associée au passage d'une personne ³	13
2.8	Capteur RFID	14
2.9	Variation de l'accélération indiquant le début et la fin d'un mouvement	17
2.10	Un smartphone équipé d'un accéléromètre à 3 axes	17
2.11	Un smartphone équipé d'un gyroscope à 3 axes	18
2.12	Capteur UWB	19
2.13	Processus d'association de données	32
3.1	Estimation ensembliste	42
3.2	Représentation graphique des pavés	43
3.3	Sous-pavage.	45
3.4	Phénomène d'enveloppement.	49
3.5	Image d'un pavé $[x]$ par une fonction f : une fonction d'inclusion pessimiste $[f]$ et une fonction d'inclusion minimale $[f]^*$.	50
3.6	Quatre fonctions d'inclusion naturelles de la même fonction.	52
3.7	Cas du pavé inacceptable.	53
3.8	Cas du pavé acceptable.	53
3.9	Cas du pavé ambigu avec une largeur supérieure à la précision.	54
3.10	Cas du pavé ambigu avec une largeur inférieure à la précision.	54
3.11	Algorithme SIVIA appliqué à l'exemple 10.	55
3.12	Graphe associé au modèle d'état (3.72)	62

1. www.legrand.fr

2. www.legrand.fr

3. www.sensorprod.com

3.13 Principe de l'estimateur récursif causal d'état RCSE pour une seule itération	63
3.14 Intersection q -relaxée de quatre ensembles pour $q \in \{0, 1, 2\}$	64
3.15 Calcul de la solution q -relaxée : première méthode	66
3.16 Calcul de la solution q -relaxée : deuxième méthode	67
4.1 Caractéristiques techniques du capteur PIR	71
4.2 Installation des capteurs dans le Living Lab	72
4.3 Champ de détection de chaque capteur PIR installé	73
4.4 Zonage de l'espace obtenu $A \rightarrow G$	74
4.5 Représentation du champ de détection d'un capteur infrarouge par un pavé	78
4.6 Ensemble solution englobant la position de la personne résultant de l'intersection de trois anneaux	79
4.7 Graphe de décomposition en contraintes primitives associé à un émetteur i	80
4.8 Premier cycle de l'algorithme 7	81
4.9 Interprétation de l'événement 1 détecté et sa représentation par des pavés de mesure	82
4.10 Évaluation des fonctions d'inclusion naturelles $[cos]$ et $[sin]$ sur $\theta = [0, 2\pi]$	84
4.11 Pavé de localisation obtenu à l'instant $k + 1$ après l'étape de prédiction	84
4.12 Cas particulier en cas d'absence de mesures : Immobilité	85
4.13 Pavé de localisation obtenu à l'instant $k + 1$ après l'étape de correction	86
4.14 Marquage du sol	88
4.15 Partie 1 du scénario : Plusieurs zones de localisation sont reconstruites englobant la position réelle de la personne	90
4.16 Partie 2 du scénario : Plusieurs activités ainsi que leurs durées sont reconstruites. Repos sur le lit (de 440s à 480s) et lavage (de 249s à 349s) sont détectés.	91
4.17 Améliorations apportées par les RFID : les zones de localisation sont affinées par rapport à la partie 1 du scénario aux instants 20s et 57s. Haut : uniquement des mesures infrarouges, bas : des mesures infrarouges et RFID	92
4.18 Scénario 2 : Détection de chute	93
4.19 Répartition des capteurs PIR dans une chambre de l'EHPAD d'Ambazac	94
4.20 Scénario réel du mouvement d'un résident dans une chambre à l'EHPAD d'Ambazac	95
4.21 Exemple de mesures sans défauts	97
4.22 Centres du pavage	98
4.23 Exemple de détection défauts	99
4.24 Centres du pavage	99
4.25 Exemple d'identification de défauts	101
4.26 Centres du pavage	101
4.27 Nombre de données aberrantes détectées	103
4.28 Absence de défauts de mesure à $t = 145s$	103
4.29 Détection d'un défaut de mesure à $t = 146s$	104

4.30 Isolation d'un défaut de mesure à $t = 161s$	104
5.1 Les mesures fournies par les capteurs infrarouges	116
5.2 Représentation des variables par des intervalles	117
5.3 Les positions des deux cibles retrouvées par iSAT	117
5.4 Estimation d'état à horizon glissant	118
5.5 Observateur ensembliste à horizon glissant	119
5.6 Partie 1 du scénario : Les deux personnes se déplacent séparément. Le résident marche à partir du lit jusqu'au couloir en traversant les zones B, D et F. En même temps, un tiers entre dans la chambre et traverse les zones G et E pour aller dans le couloir. Les deux personnes se croisent à l'instant $t = 25s$	125
5.7 Partie 2 du scénario : Les deux personnes se déplacent ensemble du couloir jusqu'au lit en traversant les zones E,C et A.	126
5.8 Partie 3 du scénario : La première personne reste allongée sur le lit et la deuxième personnes quitte la chambre en traversant les zones C,E et G. . .	127

Liste des tableaux

4.1	Classes sonores	82
4.2	Calcul de la solution 0-relaxée	98
4.3	Tableau de signature : absence de défauts	98
4.4	Calcul de la solution 1-relaxée	100
4.5	Tableau de signature : détection de défauts	100
4.6	Calcul de la solution 1-relaxée	102
4.7	Tableau de signature : isolation de défauts	102

Chapitre 1

Introduction générale

Sommaire

1.1 Introduction	2
1.2 Objectifs et hypothèses du travail	4
1.3 Plan du manuscrit	5
1.4 Publications	6

1.1 Introduction

L'augmentation de l'espérance de vie des personnes âgées représente l'un des plus grands progrès sociaux des dernières décennies. Ceci est essentiellement dû au progrès de la médecine et à l'amélioration de la qualité de vie ces trente dernières années. L'un des plus grands défis des projets de recherche liés à l'Assistance à la Vie Autonome ou *Ambient Assisted Living*, est de permettre aux personnes âgées de vivre d'une manière autonome. L'autonomie est définie comme l'aptitude d'une personne à s'assumer elle-même et à effectuer d'une manière naturelle un ensemble d'activités journalières telles que le fait de se laver, de se nourrir, de se reposer, etc. Dans cet objectif, des maisons intelligentes ou *smart homes* ont été conçues pour anticiper et répondre aux besoins des occupants en gérant efficacement et d'une manière individualisée leur confort et leur sécurité par action sur la maison, à travers la mise en œuvre d'un système intelligent d'échange avec le monde extérieur.

L'assistance à domicile, à travers un habitat intelligent, s'appuie sur l'utilisation de différents capteurs, d'environnement et portés, permettant de surveiller les Activités de la Vie Quotidienne ou *Activities of Daily Living* du résident. La caractérisation de ces activités journalières permet de détecter la situation courante et d'apporter l'assistance requise. La connaissance des Activités de la Vie Quotidienne permet aussi de suivre l'évolution de l'autonomie du résident et de détecter les écarts dans son comportement.

Dans une maison intelligente, on dispose généralement de capteurs de différentes modalités, portés ou d'environnement, permettant l'évaluation de l'autonomie de la personne. En effet, l'analyse multimodale des données issues de ces différents capteurs, fusionnées avec un modèle de marche de la personne, permet de localiser le résident et suivre sa position dans un habitat intelligent et de déterminer son activité journalière. La localisation en intérieur est donc nécessaire afin d'identifier l'ordre domotique du résident. Cette information sera utilisée par la suite pour observer l'évolution des habitudes de la personne tout en détectant une éventuelle déviation du comportement de cette dernière.

Les systèmes de localisation en intérieur sont utilisés dans différentes applications des réseaux de capteurs telles que le suivi et la supervision. Par ailleurs, ils constituent un véritable enjeu en domotique ou en robotique mobile, attirant de nombreux projets de recherche aboutissant sur l'émergence de nombreuses solutions qui requièrent de nouvelles technologies de capteurs avec un coût parfois important. Ainsi, les systèmes de positionnement en intérieur les plus employés sont basés sur la technologie Infrarouges (IR) du fait de leur faible coût. Cependant, l'utilisation unique des capteurs infrarouges présente certains inconvénients tels que la sensibilité aux variations de températures dues aux sources de chaleur comme les convecteurs électriques, les rayons de soleil et la fluorescence. D'où la nécessité d'intégrer d'autres modalités de détection afin d'améliorer la précision de la localisation. Ces informations additionnelles peuvent provenir de capteurs d'environnement, tels que les capteurs de température, humidité, pression, vibration, etc, ou bien de capteurs portés, tels que les accéléromètres, gyroscopes, magnétomètres, etc.

L'aspect multimodal de ces différents capteurs conduit à mettre en œuvre des algorithmes de fusion de données afin d'obtenir une information fiable de la position de la personne à l'intérieur de l'habitat intelligent. La fusion de données multi-sensorielles correspond à la combinaison synergique de données fournies par plusieurs capteurs de modalités hétérogènes afin d'assurer une information fiable et précise. Les principaux avantages de la fusion de données multimodales sont la redondance et la complémentarité des mesures. La fusion de données redondantes peut considérablement réduire l'incertitude sur l'information recherchée et augmenter sa précision. La multiplication du nombre de capteurs peut aussi être utile pour assurer la fiabilité de l'information en cas de défauts de capteurs. La complémentarité entre les différentes modalités de détection permet d'améliorer la perception de l'information. Par exemple, dans une maison intelligente, la fusion des données fournies par les capteurs de mouvement et les capteurs sonores permet d'estimer la position de la personne dans la salle de bain. Les capteurs de mouvement donnant une information sur la présence de la personne dans la zone de la salle de bain et les capteurs sonores fournissant une information de l'écoulement d'eau, nous permettraient d'améliorer la précision de la localisation de la personne.

La fusion de données multimodales est donc une étape cruciale durant le processus de localisation en intérieur. Cependant, les mesures issues des capteurs peuvent être bruitées ou incomplètes, d'où la nécessité d'un filtrage des données pour obtenir une information précise de la position de la cible ainsi que la confiance accordée au résultat. Le formalisme, généralement retenu pour résoudre ce problème, est celui du filtrage de Kalman. Une telle technique, qui a montré une grande maturité dans de nombreuses applications telles que la robotique mobile, estime l'état d'un système dynamique à partir d'une série de mesures incomplètes ou bruitées. Ici, dans le cas de la localisation à l'intérieur d'un habitat intelligent, les capteurs de présence sont les capteurs les plus utilisés. Ces derniers, de nature binaire, nous apporte uniquement une information sur la zone où la personne peut se trouver. Ces zones de détection peuvent être décrites naturellement par des ensembles bornés, ce qui motive l'utilisation des méthodes ensemblistes pour estimer la position de la cible. Les étapes de cette approche sont similaires à celles du filtre de Kalman : prédiction et correction. La phase de prédiction utilise l'état estimé à l'instant précédent pour produire une estimation de l'état courant. Dans l'étape de correction, les observations de l'instant courant sont utilisées pour corriger l'état prédit en se basant sur les hypothèses de l'erreur bornée tout en étant cohérent avec le modèle du système. Le filtrage ensembliste ou *Set-Membership Filter* permet, en prenant en compte la condition de l'erreur inconnue mais bornée, d'obtenir le résultat recherché et de garantir son appartenance à un ensemble fermé.

Dans un habitat intelligent, la fusion de données, dans un contexte à erreur bornée, fournit non seulement une estimation de la position de la personne mais également l'incertitude commise sur la solution décrite par un ensemble fermé tout en détectant les défauts de capteurs.

1.2 Objectifs et hypothèses du travail

Mes travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre du projet FUI 14 FEDER Collectivités E-monitor'âge, dont le but est d'améliorer la prise en charge individualisée et assurer la sécurité des résidents des EHPAD (Établissements d'Hébergement pour Personnes Âgées Dépendantes). Le projet s'articule autour d'un développement logiciel basé sur des outils innovants de traitement de l'information issue des différents capteurs. Ce système évolutif génère, en fonction des situations détectées, des modèles d'activités adaptatifs en temps réel, qui permettront d'identifier des dérives par rapport au comportement habituel du résident. L'objectif de notre travail est d'élaborer une méthode de fusion de données multimodales robuste par rapport aux défauts de capteurs pour la localisation des personnes en intérieur et le suivi de leurs activités journalières.

Dans ce travail, nous utiliserons l'analyse par intervalles comme outil de calcul ensembliste pour élaborer une méthode d'estimation de la position de la personne à l'inté-

rieur d'un habitat intelligent.

Pour calculer le domaine de localisation en intérieur à l'aide d'une méthode d'estimation d'état ensembliste, on suppose que la personne peut se déplacer dans n'importe quelle direction avec une vitesse aléatoire dont on connaît la valeur maximale. C'est le cas du modèle de marche aléatoire ou *Random Walk Mobility Model (RWMM)* qu'on adoptera par la suite pour estimer la position de la personne en intérieur.

Ces hypothèses nous permettront de calculer d'une façon garantie une zone de localisation où peut se trouver l'individu. Cette zone sera donnée par un intervalle borné contenant la position réelle en quantifiant l'incertitude commise tout en détectant les défauts éventuels de capteurs.

1.3 Plan du manuscrit

Le deuxième chapitre sera dédié au positionnement global de notre thématique sur la localisation en intérieur. Nous y présenterons tout d'abord les capteurs qui sont généralement utilisés dans les maisons intelligentes. Ensuite, nous décrirons les méthodes classiques de fusion de données ainsi que les approches probabilistes de l'estimation d'état.

Dans le troisième chapitre, nous introduirons les méthodes d'estimation ensembliste. Les différents outils de l'analyse par intervalles, notamment les opérateurs et les contracteurs, y seront exposés. Enfin, nous aborderons le problème de la détection des données aberrantes.

Dans le quatrième chapitre, nous proposerons une méthode de localisation à l'intérieur d'une maison intelligente. Nous présenterons une méthode ensembliste, basée sur l'analyse par intervalle, pour quantifier la position de la personne par une zone tenant compte des erreurs bornées et écartant les données aberrantes. Ensuite, nous aborderons une approche passive de détection et d'identification de défauts de capteurs. La méthode sera appliquée sur des données expérimentales dans un Living Lab à Bourges et sur des données réelles issues d'une chambre d'une maison de retraite partenaire à Limoges.

Le cinquième chapitre abordera la localisation de plusieurs personnes en intérieur. Nous y étudierons la faisabilité d'une méthode combinant la propagation de contraintes avec un critère de satisfiabilité pour la localisation de deux personnes dans un habitat muni d'un réseau de capteurs infrarouges. La méthode sera implémentée en utilisant des données expérimentales.

Enfin, on conclura par un résumé de nos travaux et suggérerons des recherches fu-

tures.

1.4 Publications

Cette thèse a fait l'objet de plusieurs publications :

1. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. Indoor human/robot localization using robust multimodal data fusion. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 3456-3463, 26-30 May, 2015, Seattle, Washington, United States.
2. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. Robust Indoor Location Tracking of Multiple Inhabitants Using Only Binary Sensors. IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), pp. 194-199, 24-28 August, 2015, Gothenburg, Sweden.
3. Amri, M. H., Aubry, D., Becis, Y., & Ramdani, N. Robust Fault Detection and Isolation applied to Indoor Localization. 9th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes (SAFEPROCESS), pp. 440-445, 2-4 September, 2015, Paris, France.
4. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. Fusion de données multimodales pour la localisation intérieure robuste. 6èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS, 18-19 Juin, 2015, Bourges, France.
5. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. Suivi Robuste des Activités Journalières des Résidents dans les Maisons Intelligentes. Colloque JETSAN (Journées d'étude sur la Télésanté), Université de technologie de Compiègne, 27-28 Mai, 2015, Compiègne, France.
6. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. Méthode de Fusion de Données Robuste : Application à la Surveillance des Personnes Âgées dans les Maisons Intelligentes. Colloque JETSAN (Journées d'étude sur la Télésanté), Université de technologie de Troyes, 25-26 Juin, 2015, Troyes, France.

7. Amri, M. H., Becis, Y., Aubry, D., & Ramdani, N. *Fusion de données multimodales pour la localisation intérieure robuste. Soumis au numéro spécial JDMACS du Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA), 2015.*

Chapitre 2

Capteurs utilisés dans les maisons intelligentes

Sommaire

2.1 Introduction	9
2.2 Les capteurs utilisés dans les maisons intelligentes	9
2.2.1 Les capteurs d'environnement	9
2.2.2 Les capteurs portés	16
2.3 Fusion de données	19
2.3.1 Estimation d'état	19
2.3.2 Fusion de décisions	27
2.3.3 Association de données	32
2.4 Conclusion	37

2.1 Introduction

Un système de localisation en intérieur est requis dans de nombreuses applications, en particulier pour la surveillance des personnes âgées dans les maisons intelligentes. En effet, en utilisant les informations issues des différents capteurs, on peut localiser le résident en intérieur et déterminer son activité journalière à travers une méthode bien appropriée de fusion de données.

Un capteur est un dispositif qui transforme une grandeur physique telle qu'une température, une pression ou une position en une grandeur utilisable, telle qu'une tension électrique, une hauteur de mercure ou une intensité. Une grande variété de capteurs sont conçus pour la surveillance et le suivi des personnes. Ces capteurs diffèrent selon le type de détection, le signal de sortie et le principe physique exploité. Dans ce chapitre, ces différents capteurs, généralement utilisés dans les maisons intelligentes, sont mis en exergue. On décrit aussi les méthodes de fusion de données utilisées pour exploiter les informations issues de ces capteurs pour la localisation en intérieur.

2.2 Les capteurs utilisés dans les maisons intelligentes

On distingue entre deux catégories de capteurs : ceux qui se basent sur des mesures prises par rapport à l'environnement et ceux qui sont portés par la personne qui se déplace en intérieur.

2.2.1 Les capteurs d'environnement

Certains capteurs ne sont pas portés par la cible à suivre mais sont placés dans l'environnement entourant la personne. Dans la suite, on décrira les capteurs, généralement installés dans l'environnement, pouvant donner une information sur la localisation de la personne en intérieur.

2.2.1.1 Les capteurs pyroélectriques

Le principe de fonctionnement d'un capteur pyroélectrique repose sur le fait que le corps humain émet un rayonnement thermique de longueur d'onde située dans le domaine des rayons infrarouges (entre 6 et 14 μm). Le capteur pyroélectrique, adapté au domaine infrarouge, reçoit ce rayonnement et le convertit en une tension électrique. En effet, le capteur pyroélectrique, Figure 2.1, est constitué essentiellement de lentilles de Fresnel qui focalisent le rayonnement infrarouge reçu vers un matériau céramique qui génère une charge. La charge émise dépend de la quantité de radiation reçue. Comme le capteur n'émet pas lui-même de rayonnement, on l'appelle capteur infrarouge passif (IRP, ou capteur PIR :Passive Infra Red), [Gobeau [2006]]-[Belconde [2010]].



FIGURE 2.1 – Détecteur de mouvement¹

Ce capteur est sensible sur une large bande de longueur d'onde des rayonnements. Pour optimiser la détection de l'homme, un filtre est ajouté pour limiter le rayonnement incident à une portée de $8\text{ }\mu\text{m}$ à $14\text{ }\mu\text{m}$. Ce capteur peut être affecté par les vibrations, les interférences radio et le rayonnement du soleil, c'est pourquoi le dispositif de détection de mouvements possède deux éléments sensibles, Figure 2.2.

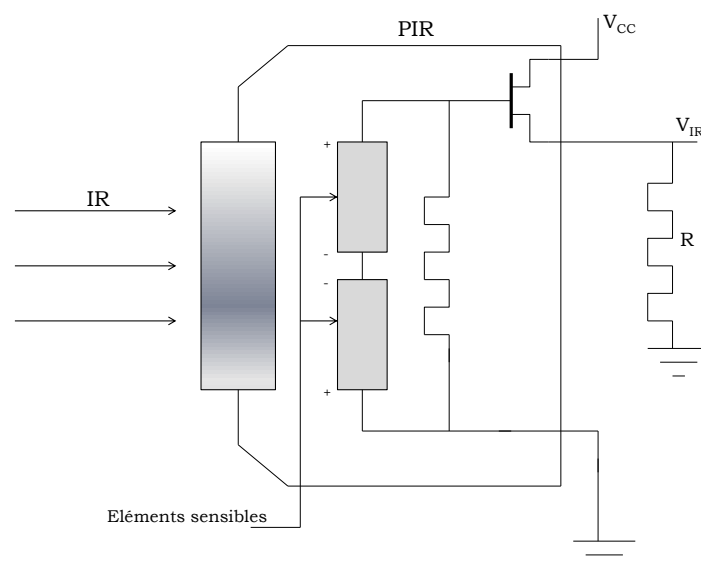


FIGURE 2.2 – Détecteur pyroélectrique à 2 éléments sensibles

Les éléments sensibles sont connectés de telle sorte que le signal de l'un est soustrait à l'autre. Ce système permet d'avoir un signal nul à la sortie. Une cible qui passe devant le capteur actionne l'un après l'autre les éléments sensibles, tandis que les vibrations et autres bruits de fond affectent les deux éléments simultanément et sont annulés. Chaque pic correspond à la réponse d'un des éléments. Leurs signaux s'annulent, donc, devant le

1. www.legrand.fr

bruit de fond mais aussi devant une personne immobile. Lorsqu'une personne se déplace dans le champ du détecteur, son rayonnement infrarouge est focalisé par des lentilles de Fresnel sur le capteur pyroélectrique, qui produit en retour un signal électrique. Le rôle des lentilles de Fresnel est capital puisque le capteur pyroélectrique n'est sensible qu'aux variations de flux infrarouge. Autrement dit, le capteur ne réagit pas en réponse à un flux infrarouge constant. Les lentilles de Fresnel jouent alors le rôle d'un système optique capable de moduler le flux infrarouge. Elles découpent l'espace surveillé par le capteur en zones de détection et en zones aveugles pour le détecteur, Figure 2.3.

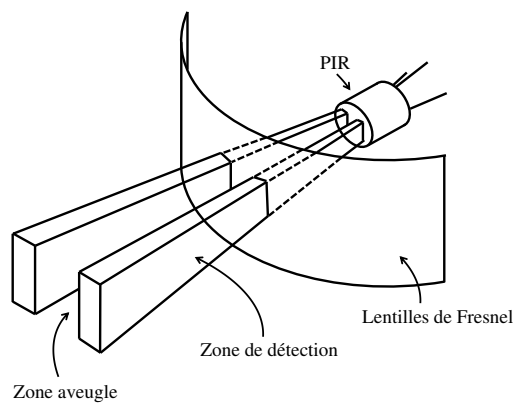


FIGURE 2.3 – Répartition des zones de détection et des zones aveugles en vue de dessus d'un PIR

Lorsqu'une personne se trouve dans une zone de détection, les lentilles de Fresnel créent alors son "image" sur la surface du capteur qui reçoit donc une fraction de son rayonnement infrarouge. En se déplaçant, la personne traverse successivement des zones de détection et des zones aveugles, Figure 2.3. Le flux infrarouge incident sur le capteur pyroélectrique varie et un signal électrique est généré en retour, Figure 2.4.

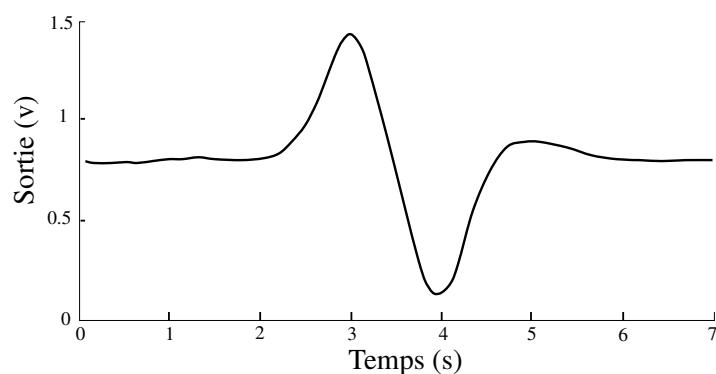


FIGURE 2.4 – Réponse d'un détecteur pyroélectrique lors du passage d'une source de chaleur

2.2.1.2 Les capteurs magnétiques

Un capteur magnétique est constitué de deux parties : un aimant permanent fixé sur la partie mobile de l'ouvrant et une partie électronique, raccordée à la boucle de détection installée sur la partie fixe de l'ouvrant, Figure 2.5.



FIGURE 2.5 – Capteur magnétique²

Le contact est un interrupteur à lames Souples (ILS), Figure 2.6. Lorsque l'aimant est éloigné du commutateur, ce dernier se trouve en position "ouvert". Il ne va donc pas laisser passer le courant électrique. Un capteur magnétique est souvent placé sur le battant de la porte. Quand l'aimant se déplace suite à une ouverture de la porte, il va, grâce à sa force magnétique attirer la lame souple. Le courant électrique va passer déclenchant ainsi un événement. Cette propriété est utile pour détecter si une porte ou une fenêtre est fermée ou ouverte, [Fermon and Pannetier-Lecoeur [2010]].

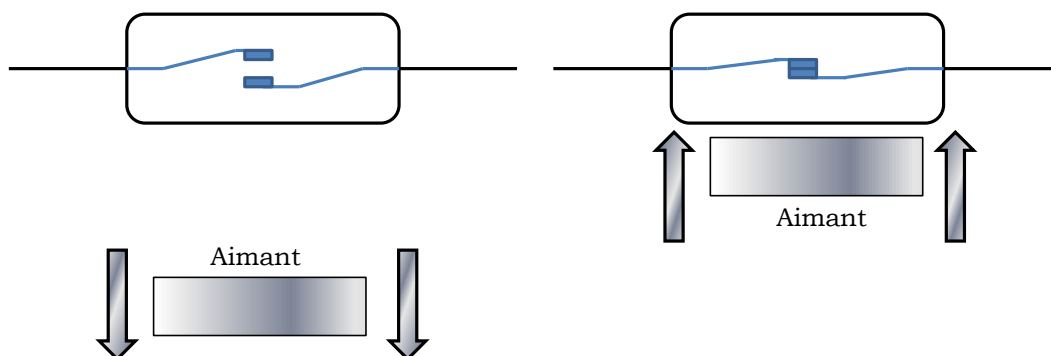


FIGURE 2.6 – Interrupteur à lames souples

2.2.1.3 Les capteurs de luminosité, de température et d'humidité

Des capteurs additionnels peuvent être placés dans l'environnement pour mesurer la température ambiante, la luminosité et l'humidité. Ces capteurs sont regroupés en un

2. www.legrand.fr

seul boîtier. Le capteur de luminosité, composé d'une photorésistance dont la résistivité dépend de la luminosité ambiante, est prévu pour commander les systèmes d'éclairage. Le capteur d'humidité indique la présence anormale d'eau ou de vapeur d'eau dans l'air. Enfin, le capteur de température permet de mesurer le réchauffement ou le refroidissement dans un bâtiment, [Cook and Krishnan [2015]].

2.2.1.4 Les capteurs de vibration

Un capteur de vibration est un transducteur capable de convertir le niveau de vibrations qu'il subit à un instant donné en un signal électrique. Ce type de capteur est souvent attaché à des objets ou placés sur une surface afin de détecter un mouvement vibratoire dû à toute manipulation de l'objet correspondant. Ce capteur est utile pour générer un événement quand l'objet auquel il est attaché est porté, [GARNIER [2015]].

2.2.1.5 Les capteurs de pression

Un capteur de pression est un dispositif destiné à convertir les variations de pression en variations de tension électrique. Dans un environnement intérieur, ces capteurs permettent de détecter et de mesurer l'interaction entre les personnes et les surfaces de contact. Les capteurs de pression peuvent être placés sur ou sous les chaises, essuie-pieds, sol et lits pour suivre la personnes en intérieur, [Cook and Krishnan [2015]]. La Figure 2.7 montre des capteurs de pression placés sous un paillason. La distribution des forces peut être cartographiée comme mis en évidence dans la Figure .

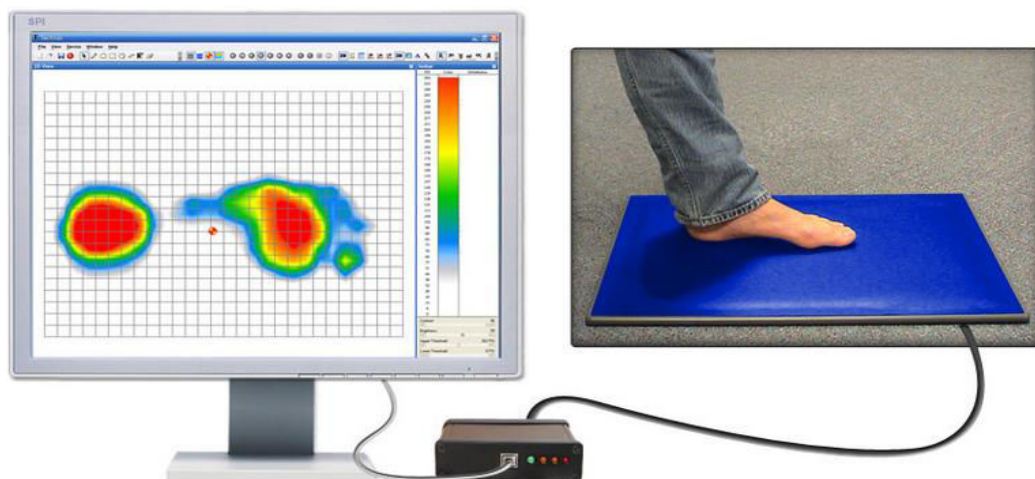


FIGURE 2.7 – Capteurs de pression placés sur un paillason et distribution des forces de pression associée au passage d'une personne³

3. www.sensorprod.com

2.2.1.6 Les capteurs RFID

Un système RFID (Radio Fréquence Identification) se compose de transpondeurs (aussi nommés étiquettes, marqueurs, tags, identifiants...) et d'un ou plusieurs interrogateurs (aussi nommés coupleurs, base station...), [Thomas [2008]].

Les interrogateurs RFID sont des dispositifs actifs, émetteurs de radiofréquences qui activent les tags qui passent devant eux en leur fournissant l'énergie dont ils ont besoin pour fonctionner. Outre de l'énergie pour l'étiquette, l'interrogateur envoie des commandes particulières auxquelles répond le tag. L'une des réponses les plus simples possibles est le renvoi d'une identification numérique. La fréquence utilisée par les interrogateurs est variable selon le type d'application visé et les performances recherchées.

Un tag RFID est un dispositif récepteur, que l'on place sur les objets à tracer. Il est muni d'une puce contenant les informations et d'une antenne pour permettre les échanges d'informations, Figure 2.8.

Dans le cas d'un champ proche, de quelques *cm* à 1,5 *m*, l'interrogateur utilise alors des LF (Basses Fréquences) ou des HF (Hautes Fréquences). Les antennes sont alors constituées de boucles inductives. Dans le cas d'un champ lointain (jusqu'à 6 *m*), l'interrogateur utilise alors des UHF (Ultra Hautes Fréquences) ou des SHF (Super Hautes Fréquences). Les antennes de base sont alors des dipôles ou des patches.

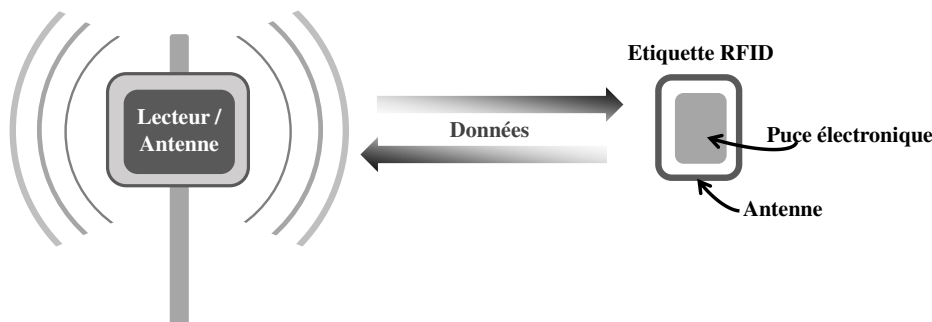


FIGURE 2.8 – Capteur RFID

Dans un environnement en intérieur, un lecteur RFID est typiquement placé dans chaque pièce où les tags doivent être suivis.

2.2.1.7 Capteur de puissance

Le capteur de puissance ou wattmètre fournit une lecture de la quantité d'énergie électrique consommée dans un bâtiment. Une méthode de surveillance consiste alors à attacher un appareil de mesure autour des conducteurs principaux à l'intérieur du disjoncteur du bâtiment. Le consommètre calcule le taux d'électricité utilisée et peut fournir

des valeurs instantanées ou signaler des changements de la consommation, [Cook and Krishnan [2015]].

2.2.1.8 Capteur de son

Le capteur sonore fonctionne comme une oreille, il transforme une vibration en un signal électrique. Les variations de fréquence et d'amplitude sont traduites par une variation de la tension électrique. Cette tension est traduite par un chiffre décrivant le niveau sonore.

Le fonctionnement du capteur de son, dans un environnement en intérieur, consiste en une extraction hiérarchique de l'information à partir du signal sonore en démarrant le calcul de l'amplitude moyenne du niveau sonore et des durées d'activité sonore en arrivant jusqu'à reconnaître la présence de la parole ou identifier certaines classes de sons considérées comme intéressantes (toux, cris, claquement de porte, bruit de rasoir électrique, écoulement d'eau, etc.), [Istrate et al. [2006]].

2.2.1.9 Capteur de vision

Le rôle du capteur basé sur la vision artificielle et qui n'est pas cher, est d'identifier les activités d'une personne dans son environnement et de permettre la reconnaissance d'activités anormales. Les dispositifs d'acquisition d'images permettent de capturer une information lumineuse et de la convertir en un signal électrique, analogique ou numérique, [Benezeth [2009]]-[Mathieu [2000]].

2.2.1.10 Capteur de qualité d'air

L'objectif de l'utilisation de ce capteur est la détection de gaz odorants. Le principe de fonctionnement est basé sur l'ampèremètre de capteurs électrochimiques. Un capteur de gaz est défini comme un composant dont au moins une des propriétés physiques change quand il est soumis à un changement d'environnement gazeux. D'une manière générale, un capteur est composé de deux éléments principaux : l'élément sensible et le transducteur :

- L'élément sensible est le cœur du capteur, sur lequel se passe la réaction avec l'espèce gazeuse,
- Le dispositif permettant la conversion du résultat de la réaction entre le gaz et l'élément sensible en un signal facilement mesurable (signal électrique, optique ou acoustique).

2.2.1.11 Capteur de respiration

L'objectif de ce capteur est la détection à distance de mouvements respiratoires d'une personne alitée. Le principe est basé sur l'utilisation d'une antenne (émettrice-réceptrice)

qui émet une onde électromagnétique en direction de la cible. Le signal réfléchi subit un changement de fréquence si la cible est en mouvement (respiration) [Nishiyama et al. [2010]].

2.2.1.12 Capteur de présence dans le lit : capteur à base de thermopile

L'objectif de l'utilisation de ce capteur est la détection de la présence d'une personne dans son lit assorti d'une information de température. Pour cela un capteur infrarouge à base de thermocouple est utilisé. En effet, quand la température augmente, l'intensité à chaque longueur d'onde du spectre de rayonnement augmente aussi. Cela signifie que l'on peut déterminer la température à distance d'un objet en mesurant la puissance apparente rayonnée. Les détecteurs thermiques sont des transducteurs dans lesquels le rayonnement infrarouge est directement transformé en chaleur par absorption. Les variations du flux thermique sur le transducteur permettent d'obtenir une information sous la forme d'un signal électrique en fonction de la température, [Tamura et al. [1996]].

La température mesurée change simultanément avec le mouvement de la personne dans le lit, ce qui nous permet d'avoir une information sur la qualité du sommeil.

2.2.2 Les capteurs portés

En complément des capteurs passifs placés dans un environnement en intérieur avec lequel une personne peut interagir, des capteurs supplémentaires peuvent être portés par les personnes afin de collecter des données sur leurs mouvements, déplacements, localisations et activités. Ces capteurs sont initialement cousus sous les vêtements, portés comme des montres ou placés sur le corps. Beaucoup de ces capteurs se trouvent aussi intégrés dans des smartphones puisqu'ils sont systématiquement portés par les personnes effectuant leurs activités journalières.

2.2.2.1 Les accéléromètres

Un accéléromètre est un capteur assez répandu qui mesure les forces d'accélération. Ces forces peuvent être statiques (forces d'attraction de la pesanteur) ou dynamiques (lorsque l'accéléromètre se déplace). En mesurant l'accélération statique due à la gravité, on peut déterminer l'angle d'inclinaison par rapport à l'horizontale. Tandis qu'en mesurant l'accélération dynamique, on est capable d'analyser le déplacement d'un objet. La Figure 2.9 montre le début et la fin du mouvement en mesurant le changement de l'accélération, [Doscher and Evangelist [1998]].

Pour estimer l'attitude 3D, on peut utiliser un accéléromètre à 3 axes, Figure 2.10.

L'accélération est calculée en utilisant la variation de la vitesse durant le temps. Certains accéléromètres utilisent l'effet piézoélectrique qui génère une tension suite à une soudaine accélération. D'autres utilisent la mesure de changement de capacité. Il existe

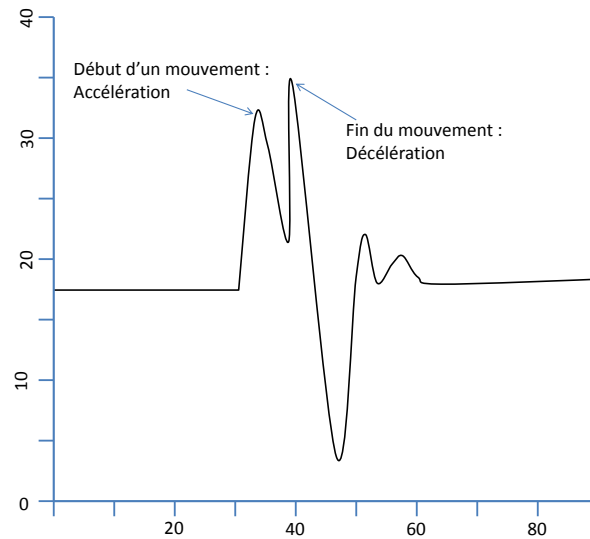


FIGURE 2.9 – Variation de l'accélération indiquant le début et la fin d'un mouvement

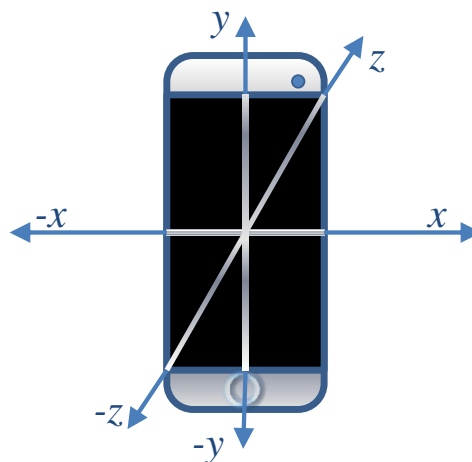


FIGURE 2.10 – Un smartphone équipé d'un accéléromètre à 3 axes

d'autres méthodes telles que l'effet piézorésistif, la lumière, etc. L'accélération peut être détectée quand la personne commence un changement de direction ou de vitesse, ce qui rend ces capteurs appropriés pour la détection des différents types de mouvement.

2.2.2.2 Les gyroscopes

Un gyroscope est un capteur de position angulaire pouvant améliorer la détection du mouvement fourni par un accéléromètre. Contrairement à l'accéléromètre, le gyroscope mesure la variation de la position angulaire durant le temps (selon un, deux ou les trois axes), Figure 2.11. Le gyroscope est souvent utilisé en complément d'autres capteurs tels que les accéléromètres afin de fournir un modèle complet du mouvement, [Sternberg and Schwalm [2008]].

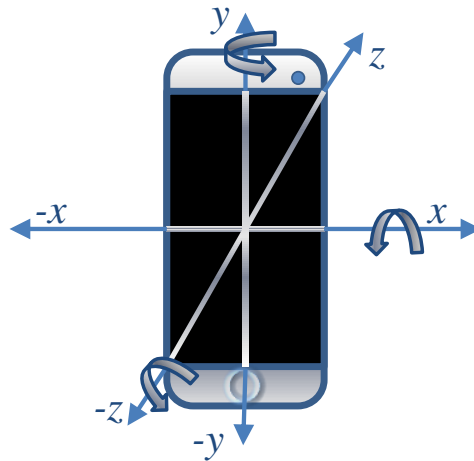


FIGURE 2.11 – Un smartphone équipé d'un gyroscope à 3 axes

2.2.2.3 Les magnétomètres

Un magnétomètre est un appareil permettant de mesurer la direction et l'intensité d'un champ magnétique selon les trois axes. Ce capteur dispose d'une boussole embarquée, et peut détecter et localiser des objets ferro-magnétiques dans son champ de détection. Dans le cadre d'un bâtiment intelligent, des magnétomètres embarqués dans les appareils mobiles peuvent être utilisés pour permettre une interaction 3D avec une personne portant un objet magnétique pour suivre précisément ses mouvements [Ketabdar et al. [2010]].

2.2.2.4 Capteur UWB

L'Ultra WideBand (UWB) ou Ultra Large Bande est une technique basée sur la transmission d'impulsions à très courte durée. Ces impulsions sont émises au rythme d'un 100 millions de fois par seconde pour les rythmes faibles (radars, imagerie) et de 1 à 2 milliard de fois par seconde pour les rythmes élevés (systèmes de communication à haut débit). La technologie UWB peut être utilisée pour le positionnement de mobiles intra-muros, Figure 2.12.

Dans le cadre d'un bâtiment intelligent, la localisation d'une personne dans une pièce peut se faire en utilisant, d'une part, des émetteurs récepteurs situés dans la zone de surveillance et d'autre part des antennes UWB sur la personne. En effet, la technologie UWB permet de détecter le temps de parcours des informations entre émetteurs et récepteurs UWB, [Renaudin et al. [2007]]. Il est possible, ainsi, de calculer, par triangulation, les distances entre la personne en mouvement et les références fixes dans la pièce, permettant par exemple la détection de chute par rapport à un état normal précédent.

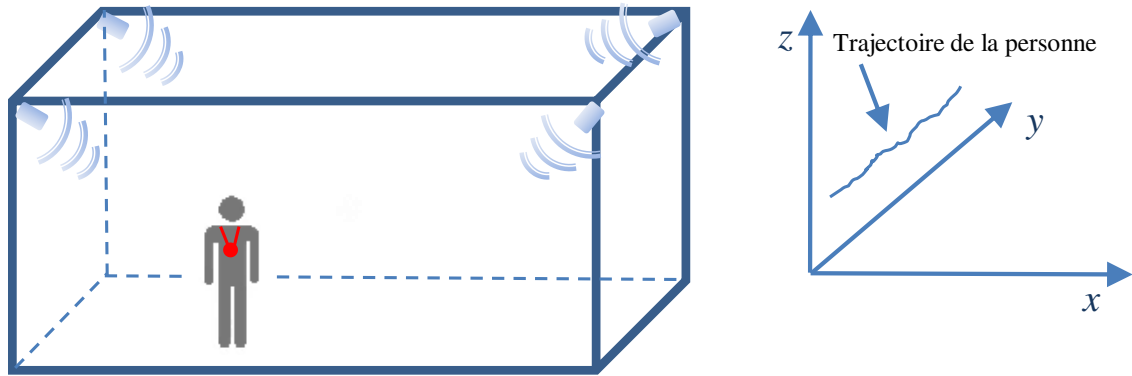


FIGURE 2.12 – Capteur UWB

2.3 Fusion de données

La fusion de données consiste à combiner des informations et connaissances issues de plusieurs sources afin d'améliorer la prise de décision et d'obtenir une information plus pertinente et de plus grande qualité. Les techniques de fusion de données sont largement utilisés dans les environnements équipés de capteurs hétérogènes dans le but de regrouper et allier des données provenant des différentes sources. Ces techniques trouvent leurs applications dans plusieurs domaines tels que l'imagerie satellitaire et aérienne [Dasarathy [2002]], l'imagerie médicale [Bloch and Maître [1994]], les sonar et radar, la robotique, l'intelligence artificielle [Abidi and Gonzalez [1992]], etc.

Le but de la fusion de données dans le cadre d'un réseau de capteurs est d'exploiter la redondance d'informations pour obtenir une sortie de précision et de fiabilité connues. Les techniques de fusion de données peuvent être classifiées de manière non exclusive en trois catégories : estimation d'état, fusion de décisions et association de données.

2.3.1 Estimation d'état

Le but des techniques d'estimation d'état est de déterminer l'état d'un système dynamique en réalisant des observations ou mesures bruitées. Ces techniques trouvent leur utilité dans plusieurs applications telles que la robotique mobile, le suivi de cible, [Leonard and Durrant-Whyte [1991]]-[Dissanayake et al. [2001]]-[Jaulin [2001]]-[Durieu et al. [1996]]. L'estimation d'état est une étape nécessaire dans les algorithmes de fusion de données car l'observation provient de différents capteurs ou sources et le but final est d'estimer un état à partir des observations. Un problème critique surgit lors de la

conception de tels systèmes concernant la représentation des incertitudes présentes dans les mesures issues des capteurs et dans le modèle d'espace d'état du système.

Ainsi, on peut distinguer deux voies pour l'estimation d'état. La première catégorie, dite approche statistique, consiste à décrire les bruits de mesure et les perturbations d'état à l'aide de variables aléatoires avec des caractéristiques statistiques connues. C'est l'approche conventionnelle la plus utilisée où l'on retrouve la méthode du maximum de vraisemblance, le filtre de Kalman pour les systèmes linéaires et le filtre de Kalman étendu ou le filtre particulaire pour les systèmes non linéaires. Cette approche sera présentée en détail dans les paragraphes suivants.

La deuxième approche concerne l'estimation à erreur bornée. Cette méthode suppose que toutes les variables appartiennent à des ensembles bornés de bornes connues et essaye de construire des ensembles, tels que des ellipsoïdes ou des intervalles, qui contiennent d'une manière garantie tous les états compatibles avec les données disponibles et leur précision. Cette approche sera présentée au cours du chapitre suivant.

2.3.1.1 Maximum de vraisemblance

La technique du maximum de vraisemblance est une méthode d'estimation basée sur la théorie des probabilités. Cette méthode a été utilisée pour la localisation de robots mobiles [Howard et al. [2002]]. Dans un contexte de fusion de données, le but de cette approche est de trouver la valeur la plus probable de l'état x à estimer étant donné une séquence $o = (o_1, \dots, o_n)$ de n observations de x .

On suppose que la suite finie des observations o_1, \dots, o_n est modélisée par une suite O_1, \dots, O_n de variables aléatoires indépendantes ou n -échantillon, de loi $\mathcal{L}(x)$.

On peut considérer l'événement E :

$$E(o_1, \dots, o_n) = \{O_1 = o_1, \dots, O_n = o_n\} = \{O_1 = o_1\} \cap \dots \cap \{O_n = o_n\} \quad (2.1)$$

et sa probabilité :

$$\begin{aligned} L(o_1, \dots, o_n; x) &= P(E(o_1, \dots, o_n)) \\ &= P(\{O_1 = o_1, \dots, O_n = o_n\}) \\ &= P(\{O_1 = o_1\}) \cap \dots \cap P(\{O_n = o_n\}) \end{aligned} \quad (2.2)$$

L'idée est alors que l'estimation \hat{x} qu'il convient d'effectuer pour x , est celui pour lequel cette probabilité est maximale pour les valeurs $o = (o_1, \dots, o_n)$ données, et donc de définir :

$$\hat{x} = \text{Argmax} \{L(o_1, \dots, o_n; x)\} \quad (2.3)$$

Ceci représente la valeur de x , si elle existe et est unique, pour laquelle la fonction $x \mapsto L(o_1, \dots, o_n; x)$ est maximale. Généralement, cela nous conduit à résoudre l'équation :

$$\frac{\partial L}{\partial x} L(o_1, \dots, o_n; x) = 0 \quad (2.4)$$

La fonction L pour n -échantillon O_i de loi $\mathcal{L}(x)$ qui est définie par :

$$L : (o_1, \dots, o_n; x) \mapsto L(o_1, \dots, o_n; x) = \prod_{i=1}^n P(\{O_i = o_i\}) \quad (2.5)$$

est appelée la vraisemblance de la loi $\mathcal{L}(x)$.

La variable aléatoire obtenue en appliquant la fonction :

$$(o_1, \dots, o_n; x) \mapsto \text{Argmax} \{L(o_1, \dots, o_n; x)\} \quad (2.6)$$

appliquée aux n -échantillons (o_1, \dots, o_n) s'appelle l'estimateur au sens du maximum de vraisemblance de l'état x de la loi discrète $\mathcal{L}(x)$.

Si la loi $\mathcal{L}(x)$ des O_i est une loi continue de densité de probabilité f_θ , on appelle vraisemblance de l'échantillon (o_1, \dots, o_n) pour la loi continue $\mathcal{L}(x)$ la fonction :

$$L(o_1, \dots, o_n; x) = \prod_{i=1}^n f_\theta(o_i) \quad (2.7)$$

2.3.1.2 Filtre de Kalman

Le filtrage de Kalman est une des techniques d'estimation d'état les plus populaires qui trouve notamment son utilité en localisation de robots mobiles en intérieur [Paul et al. [2009]]. Cette méthode définit une estimation récursive, optimale au sens d'un critère quadratique, de l'état d'un système à partir d'une séquence d'observations. Le système étant défini par le modèle d'évolution à temps discret :

$$x_{k+1} = F_k x_k + B_k u_k + v_k \quad (2.8)$$

avec les observations ou les mesures $z \in \mathbb{R}^m$ de l'état $x \in \mathbb{R}^n$ à l'instant k représentées par :

$$z_k = H_k x_k + w_k \quad (2.9)$$

où F_k est la matrice de transition d'état, $u_k \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'entrée, H_k est la matrice des mesures, et v et w sont des bruits centrés, blancs, décorrélés entre eux et de l'état initial, de covariances connues Q_k et R_k .

L'état du filtre est représenté par deux variables :

- $\hat{x}_{k|k}$: l'estimation de l'état à l'instant k

- $P_{k|k}$: la matrice de covariance de l'erreur (une mesure de la précision de l'état estimé)

Le filtre de Kalman a deux étapes distinctes : Prédiction et Mise à jour.

Dans la première étape, l'état à l'instant t_k est prédit à partir de l'état estimé à l'instant t_{k-1} et de l'équation du modèle d'évolution (2.8). L'état prédit ainsi que la matrice de covariance sont donnés comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k|k-1} &= F_k \hat{x}_{k-1|k-1} + B_k u_{k-1} \\ P_{k|k-1} &= F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \end{cases} \quad (2.10)$$

avec :

- $\hat{x}_{k|k-1}$: l'état prédit,
- $P_{k|k-1}$: la matrice d'estimation a priori de la covariance de l'erreur,
- Q_k : la matrice de covariance du bruit du système.

Dans l'étape de mise à jour, les observations de l'instant courant sont utilisées pour corriger l'état prédit dans le but d'obtenir une estimation plus précise. L'estimation à l'instant k est ainsi donnée par :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \\ P_{k|k} &= (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \end{cases} \quad (2.11)$$

où :

$$\begin{cases} K_k &= P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \\ S_k &= H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \end{cases} \quad (2.12)$$

avec :

- $\hat{x}_{k|k}$: l'état estimé mis à jour,
- $P_{k|k}$: la matrice d'estimation a posteriori de la covariance d'erreur,
- R_k : la matrice de covariance du bruit du système,
- I : la matrice identité aux dimensions adéquates,
- K_k : le gain optimal du filtre de Kalman.

Si le système peut être décrit par un modèle linéaire et l'erreur peut être modélisée par un bruit gaussien, alors le filtre de Kalman récursif donne des estimations statistiques optimales. Cependant, la plupart des systèmes physiques sont non linéaires. Le filtre n'est donc optimal que sur une plage linéaire limitée des phénomènes réels. Les non-linéarités peuvent être associées au modèle du processus, au modèle d'observation ou bien aux deux.

Le filtre de Kalman modifié connu sous le nom de filtre de Kalman étendu ou *EKF* (*Extended Kalman Filter*) est une approche statistique pour l'implémentation de filtres récursifs non linéaires. Le filtre de Kalman étendu est parmi les méthodes les plus utilisées pour la fusion de données dans plusieurs applications telles que la robotique mobile [Jetto et al. [1999]]-[Huang and Dissanayake [2007]]-[Kiry and Buehler [2002]].

Dans le filtre de Kalman étendu, les modèles d'évolution et d'observation sont donnés par :

$$\begin{cases} x_k &= f(x_{k-1}, u_k) + w_k \\ z_k &= h(x_k) + v_k \end{cases} \quad (2.13)$$

avec $f(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n)$ et $h(\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m)$ deux fonctions non linéaires différentiables. La fonction f peut être utilisée pour calculer l'état prédit à partir de l'état estimé précédent et la fonction h peut être employée pour calculer l'observation. Cependant, f et h ne peuvent pas être appliqués directement au calcul de la covariance : une matrice des dérivées partielles, la Jacobienne, est calculée. À chaque instant, la Jacobienne est évaluée avec les états estimés courants. Ces matrices peuvent être employées dans les équations du filtre de Kalman. Ce processus linéarise essentiellement la fonction non linéaire autour de l'estimation courante.

L'étape de prédiction du filtre de Kalman étendu donne :

$$\begin{cases} \hat{x}_{k|k-1} &= f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k, 0) \\ P_{k|k-1} &= F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \end{cases} \quad (2.14)$$

L'étape de correction donne l'estimation à l'instant k :

$$\begin{cases} S_k &= H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \\ K_k &= P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \\ \hat{x}_{k|k} &= \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - H_k \hat{x}_{k|k-1}) \\ P_{k|k} &= (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \end{cases} \quad (2.15)$$

où F_k et H_k sont les matrices jacobienues définies comme suit :

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k} \quad (2.16)$$

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{\hat{x}_{k|k-1}} \quad (2.17)$$

Par contre, on se rend bien compte que l'on linéarise localement les équations afin d'appliquer le filtre de Kalman. Cette linéarisation est locale, ce qui entraîne donc une convergence locale du filtre de Kalman étendu. Ce filtre ne garantit donc pas une convergence globale (à l'inverse du filtre de Kalman classique). La stabilité d'un EKF est donc plus difficile à garantir et dépend souvent de sa bonne initialisation [Boutayeb and Aubry 1999].

2.3.1.3 Filtre particulaire

Le filtrage particulaire [Crisan and Doucet 2002] est une implémentation récursive des méthodes séquentielles de Monte Carlo [Dellaert et al. 1999]. Les filtres particuliers sont utilisés dans de nombreux domaines tels que la localisation, la navigation, la poursuite, la robotique ou bien le traitement de signal, [Montemerlo et al. 2002]-[Mihaylova et al. 2014]. Il s'agit d'une méthode dans laquelle des échantillons aléatoires, appelés particules, sont propagés dans l'espace en évoluant de manière indépendantes. Ces particules interagissent sous l'effet d'un mécanisme de sélection qui concentre automatiquement les particules dans les régions d'intérêt de l'espace d'état.

Le but du filtre particulaire est d'estimer les états x_k au vu d'observations (z_0, \dots, z_k) entachées d'un bruit blanc additif, pas nécessairement gaussien. En général, les observations seules ne permettent pas d'estimer l'état caché, et il est nécessaire de disposer d'un modèle a priori, suffisamment réaliste, pour décrire l'évolution de l'état entre deux instants d'observation. Par exemple :

$$\begin{cases} x_k &= f_k(x_{k-1}) + w_k \\ z_k &= h_k(x_k) + v_k \end{cases} \quad (2.18)$$

où $z \in \mathbb{R}^m$ est l'observation de l'état $x \in \mathbb{R}^n$, v_k et w_k sont des séquences mutuellement indépendantes et distribuées à l'identique avec des fonctions de densité de probabilité connues et où $f(\cdot)$ ($\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$) et $h(\cdot)$ ($\mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$) sont des fonctions connues. Ces deux équations peuvent être vues comme des équations de l'espace d'état et ressemblent à celles du filtre de Kalman.

Les méthodes à particules, comme toutes les méthodes à base d'échantillonnages, créent un ensemble d'échantillons qui approchent la distribution de filtrage $p(x_k|z_0, \dots, z_k)$. Ainsi, avec P échantillons, les valeurs espérées vis-à-vis de la distribution de filtrage sont approchées par :

$$\int f(x_k) p(x_k|z_0, \dots, z_k) dx_k \approx \frac{1}{P} \sum_{l=1}^P f(x_k^{(l)}) \quad (2.19)$$

où $x_k^{(L)}$ est la $L^{\text{ième}}$ particule à l'instant k et $f(\cdot)$, à la façon des méthodes de Monte-Carlo, peut donner tous les données de la distribution jusqu'à un certain degré d'approximation.

En général, l'algorithme est répété itérativement pour un nombre donné de valeurs k jusqu'à N .

Initialiser $x_k = 0|_{k=0}$ pour toutes les particules fournit une position de départ pour créer x_1 , qui peut être utilisé pour créer x_2 , qui peut être utilisé pour créer x_3 , et ainsi de suite jusqu'à $k = N$. Une fois ceci effectué, la moyenne des x_k sur toutes les particules (ou $\frac{1}{P} \sum_{L=1}^P x_k^{(L)}$) est approximativement la véritable valeur de x_k .

L'échantillonnage avec ré-échantillonnage par importance ou SIR (*Sampling Importance Resampling*) est un algorithme de filtrage utilisé très couramment. Il approche la distribution de filtrage $p(x_k|z_0, \dots, z_k)$ par un ensemble de particules pondérées :

$$\{(w_k^{(L)}, x_k^{(L)}) : L = 1, \dots, P\} \quad (2.20)$$

Les poids d'importance $w_k^{(L)}$ sont des approximations des probabilités (ou des densités) a posteriori relatives aux particules telles que :

$$\sum_{L=1}^P w_k^{(L)} = 1 \quad (2.21)$$

L'algorithme SIR est une version récursive de l'échantillonnage d'importance. Comme en échantillonnage par importance, l'espérée de la fonction $f(\cdot)$ peut être approchée par une moyenne pondérée :

$$\int f(x_k) p(x_k|z_0, \dots, z_k) dx_k \approx \sum_{L=1}^P w_k^{(L)} f(x_k^{(L)}). \quad (2.22)$$

La performance de l'algorithme est dépendante du choix des distributions d'importances : $\pi(x_k|x_{0:k-1}, z_{0:k})$.

La distribution d'importance optimale est donnée comme :

$$\pi(x_k|x_{0:k-1}, z_{0:k}) = p(x_k|x_{k-1}, z_k) \quad (2.23)$$

Cependant, la probabilité de transition est souvent utilisée comme fonction d'importance, car elle est plus facile à calculer. Cela simplifie également les calculs des poids d'importance subséquents :

$$\pi(x_k|x_{0:k-1}, z_{0:k}) = p(x_k|x_{k-1}). \quad (2.24)$$

Les filtres à ré-échantillonnage par importance (SIR) avec des probabilités de transitions comme fonction d'importance sont communément appelés filtres à amorçage (bootstrap filters) ou algorithme de condensation. Le ré-échantillonnage permet d'éviter le problème de la dégénérescence de l'algorithme. On évite ainsi les situations où tous les

poids d'importance sauf un sont proches de zéro. La performance de l'algorithme peut aussi être améliorée par le choix d'une méthode de ré-échantillonnage appropriée.

Un seul pas de ré-échantillonnage d'importance séquentiel se déroule de la façon suivante :

1. Pour $L = 1, \dots, P$, on tire les échantillons des distributions d'importances : $x_k^{(L)} \sim \pi(x_k | x_{0:k-1}^{(L)}, z_{0:k})$
2. Pour $L = 1, \dots, P$, on évalue les poids d'importance avec une constante de normalisation :

$$\hat{w}_k^{(L)} = w_{k-1}^{(L)} \frac{p(z_k | x_k^{(L)}) p(x_k^{(L)} | x_{k-1}^{(L)})}{\pi(x_k^{(L)} | x_{0:k-1}^{(L)}, z_{0:k})}. \quad (2.25)$$

3. Pour $L = 1, \dots, P$, on calcule les poids d'importance normalisés :

$$w_k^{(L)} = \frac{\hat{w}_k^{(L)}}{\sum_{j=1}^P \hat{w}_k^{(j)}} \quad (2.26)$$

4. On calcule une estimation du nombre effectif de particules comme :

$$\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{L=1}^P \left(w_k^{(L)} \right)^2} \quad (2.27)$$

5. Si le nombre effectif de particules est plus petit qu'un seuil donné $\hat{N}_{eff} < N_{thr}$, alors on effectue le ré-échantillonnage :
 - (a) Tirer P particules de l'ensemble de particules courant avec les probabilités proportionnelles à leur poids puis remplacer l'ensemble des particules courantes avec ce nouvel ensemble.
 - (b) Pour $L = 1, \dots, P$ l'ensemble $w_k^{(L)} = 1/P$.

L'échantillonnage séquentiel par importance ou Sequential Importance Sampling (SIS) est similaire à l'échantillonnage avec ré-échantillonnage par importance (SIR) mais sans l'étape de ré-échantillonnage.

La version directe de l'algorithme est relativement simple en comparaison des autres algorithmes de filtrage particulaire et utilise la composition et le rejet. Pour produire un simple échantillon x au pas k de $p_{x_k | z_{1:k}}(x | z_{1:k})$:

1. Fixer $p = 1$,
2. Créer uniformément L depuis $\{1, \dots, P\}$,

3. Créer un test \hat{x} depuis sa distribution $p_{x_k|x_{k-1}}(x|x_{k-1}^{(L)})$,
4. Créer les probabilités de \hat{z} en utilisant \hat{x} depuis $p_{z|x}(z_k|\hat{x})$ où z_k est la valeur mesurée,
5. Créer une autre loi de probabilité uniforme u depuis $[0, m_k]$ avec $m_k = \sup_{x_k} p(z_k|x_k)$,
6. Comparer u et \hat{z} :
 - Si u est plus grand alors répéter depuis l'étape (2),
 - Si u est plus petite alors sauver \hat{x} comme $x_{k|k}^{(p)}$ et incrémenter p ,
 - Si $p > P$ alors arrêter.

L'objectif est de créer P particules au pas k en utilisant que les particules du pas $k - 1$. Cela requiert qu'une équation markovienne puisse être écrite (et calculée) pour créer un x_k en se basant seulement sur x_{k-1} . Cet algorithme utilise la composition de P particules depuis $k - 1$ pour créer à k .

L'étape (3) crée un potentiel x_k basé sur une particule choisie aléatoirement ($x_{k-1}^{(L)}$) au temps $k - 1$ et rejette ou accepte cette particule à l'étape (6). En d'autres termes, les x_k valeurs sont calculées en utilisant les x_{k-1} calculées précédemment.

Les performances des filtres particulières dépendent fortement du nombre de particules utilisés durant l'estimation d'état et de la fonction de probabilité utilisée pour le calcul de poids durant un pas de ré-échantillonnage. Le nombre de particules requis et d'autant plus élevé que l'imprécision et les bruits présents sur l'information sont importants. Ce qui peut augmenter la complexité du problème lors d'une implémentation en temps réel. Cette imprécision peut être représentée par un intervalles sous l'hypothèse que les valeurs minimale et maximale de l'erreur sont connues. Cette combinaison entre le filtrage particulaire et l'analyse par intervalles a produit une nouvelle approche : le *Box Particle filtering (BPF)*, [Gning et al. [2013]]. Cette approche a été récemment utilisée pour résoudre de nombreux problèmes non linéaires. En utilisant cette méthode, les particules sont des intervalles bidimensionnelles dont les poids sont définis par un modèle de bruit à erreur bornée. L'avantage du BPF par rapport au PF est une complexité du calcul réduite. En effet, pour une application donnée, l'algorithme SIR du filtrage particulaire requiert un millier de particules pour avoir une précision certaine de l'estimation. Par contre, le BPF peut atteindre cette même précision en utilisant seulement une douzaine de particules [Abdallah et al. [2008]].

2.3.2 Fusion de décisions

Une décision est prise en s'appuyant sur la connaissance de la situation perçue à partir de différentes sources. Le but des techniques de fusion de décisions est d'établir

une inférence, de haut niveau, des événements générés par les mesures.

Ces techniques reposent sur une bonne modélisation des imperfections de l'information afin d'en tenir compte le mieux possible. Les principales imperfections considérées sont : l'imprécision, l'incertitude et l'incomplétude. L'imprécision désigne l'indétermination et le manque d'exactitude dues à l'erreur entre la mesure et la valeur réelle. L'incertitude désigne la marge d'imprécision sur la valeur de la mesure d'une grandeur physique. Enfin, l'incomplétude provient du fait que certains capteurs ont une vue partielle de l'environnement. Dans la suite, les formalismes classiques de représentation de l'information en tenant compte des imperfections seront présentés. Ces méthodes sont basées sur la théorie des probabilités.

2.3.2.1 Méthode du vote

La méthode du vote est simple à implémenter et particulièrement adaptée à la fusion de décisions pour des applications de classification. Cette stratégie peut être appliquée à un système de classificateurs multiples en supposant que chaque classificateur donne en sortie une seule classe étiquetée.

Formellement, le problème consiste à fusionner les sources S_j ($j = 1, \dots, m, m \in \mathbb{N}$) afin de classer une observation x selon une classe C_i ($i = 1, \dots, n, n \in \mathbb{N}$), [Xu et al. [1992]]. La fonction $S_j(x)$ qui désigne l'appartenance de x à une classe C_i est définie comme suit :

$$S_j(x) = i \Leftrightarrow x \in C_i \quad (2.28)$$

Pour chaque source, une fonction binaire est alors définie :

$$M_i^j(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } S_j(x) = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.29)$$

La combinaison des sources pour chaque classe donne :

$$M_i(x) = \sum_{j=1}^m M_i^j(x) \quad (2.30)$$

La $i^{\text{ème}}$ classe parmi $\{C_1, \dots, C_n\}$ qui maximise $M_i(x)$ pour tout $i = 1, \dots, n$ est la classe gagnante qui contient l'observation x . La décision finale est donnée par :

$$D(x) = \begin{cases} k & \text{si } k \text{ maximise } M_i(x) \\ n+1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.31)$$

avec $n+1$ désignant la classe d'incertitude $C_{n+1} = \{C_1, \dots, C_n\}$.

Pour le vote majoritaire, plus de la moitié du nombre des classificateurs sont d'accord sur le même étiquetage de la classe. La décision finale du vote majoritaire est donnée par :

$$D(x) = \begin{cases} k & \text{si } M_k(x) = \max(M_i(x)) \geq r \\ n+1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.32)$$

où r est définie comme suit :

$$r = \begin{cases} \frac{m}{2} & \text{si } m \text{ est pair} \\ \frac{m+1}{2} & \text{si } m \text{ est impair} \end{cases} \quad (2.33)$$

Si les classificateurs n'ont pas tous le même degré de fiabilité, la principe du vote majoritaire est généralisé en appliquant une somme pondérée comme suit :

$$M_i(x) = \sum_{j=1}^m \alpha_{ji} M_i^j(x) \quad (2.34)$$

où $\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \alpha_{ji} = 1$ et les poids α_{ji} représentent le degré de fiabilité de chaque source.

La décision finale est donnée par :

$$D(x) = \begin{cases} k & \text{si } M_k(x) = \max(M_i(x)) \geq c \times m + b(x) \\ n+1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.35)$$

où c est une constante $\in [0, 1]$ et $b(x)$ est une fonction de $M_k(x)$.

Cette méthode a été utilisée par [Rizvi and Nasrabadi \[2003\]](#) pour la localisation de cibles basée sur des images.

2.3.2.2 Approche bayésienne

L'approche bayésienne, la plus utilisée en fusion multi-capteurs, est bien adaptée à la représentation de l'incertitude aléatoire en s'appuyant sur les règles de la théorie des probabilités [\[Hall and Llinas \[2001\]\]](#). En effet, une connaissance sur une variable X est décrite par une mesure de probabilité. Une densité de probabilité p est une application définie comme suit :

$$p: \Omega \rightarrow [0, 1], \sum p(\omega \mid \omega \in \Omega) = 1 \quad (2.36)$$

Une mesure de probabilité représentant le degré de croyance sur une connaissance est définie sur un sous ensemble de Ω et quantifiée par une distribution de probabilités P telle que :

$$\begin{cases} P: 2^\Omega \rightarrow [0, 1], \forall \omega \in \Omega, P(\{\omega\}) = p(\omega) \\ \forall A, B \in \Omega \mid A \cap B = \emptyset, P(A \cup B) = P(A) + P(B) \end{cases} \quad (2.37)$$

On déduit à partir de la propriété d'additivité :

$$P(A) = \sum P(\omega \mid \omega \in A) \quad (2.38)$$

L'inférence bayésienne est basée sur la règle de Bayes comme suit :

$$P(Y | X) = \frac{P(X | Y) \times P(Y)}{P(X)} \quad (2.39)$$

où la probabilité a posteriori $P(Y | X)$ représente le degré de connaissance sachant une information X . Cette probabilité est obtenue en multipliant la probabilité a priori de l'hypothèse $P(Y)$ par la probabilité d'avoir X sachant Y vraie, $P(X | Y)$. La valeur $P(X)$ est utilisée comme une constante de normalisation. Cette formule peut être utilisée, en fusion de données, pour mettre à jour un état. Soit $P_k(H_i)$ la probabilité de l'hypothèse de H_i à l'instant k , $P_k(E)$ la probabilité de E à l'instant k et $P_k(E | H_i)$ la probabilité conditionnelle de E sachant H_i à l'instant k . La probabilité de H_i à l'instant $k + 1$ est donnée par :

$$P_{k+1}(H_i) = P_k(H_i | E) = \frac{P_k(E | H_i) \times P_k(H_i)}{P_k(E)} \quad (2.40)$$

Cette approche a été utilisé dans [Zang et al. [2010]] pour localiser des utilisateurs dans un réseau cellulaire et dans [Ladd et al. [2004]] pour suivre des robots en intérieur. Cependant, l'inconvénient majeur de cette méthode est que les probabilités a priori doivent être connues. En outre, une complexité de calcul surgit lorsqu'il y a plusieurs hypothèses et plusieurs événements qui dépendent des conditions.

2.3.2.3 Théorie des croyances

La théorie de Dempster-Shafer est un outil adapté à la représentation de la connaissance partielle et de l'information incertaine ou imprécise [Dempster [1968]]-[Shafer et al. [1976]]. Cette théorie, basée sur le formalisme des fonctions de croyance, est une généralisation des représentations probabilistes. Les concepts de base de la théorie de Dempster-Shafer sont présentés par la suite [Provan [1992]].

Soit ω une variable prenant des valeurs contenues dans un domaine Ω appelé le cadre de discernement. Soient A_1, \dots, A_p des p sous-ensembles de Ω . Une fonction de masse de croyance m d'ensembles focaux A_1, \dots, A_p est une fonction de 2^Ω vers $[0, 1]$ vérifiant $m(A_i) = m_i > 0$ pour tout $i \in \{1, \dots, p\}$, $m(A) = 0$ pour tout $A \notin \{A_1, \dots, A_p\}$ et :

$$\sum_{i=1}^p m_i = 1 \quad (2.41)$$

A la différence des probabilités, la masse est répartie sur 2^Ω et non sur Ω .

Une fonction de masse est dite :

- *normale* si et seulement si $m(\emptyset) = 0$, \emptyset n'est pas un élément focal de Ω ,
- *catégorique* si est seulement si $m(A) = 1$, ($p = 1$),
- *vide* si et seulement si $m(\Omega) = 1$,

- *consonante* si et seulement si tous ses éléments focaux sont emboîtés ($A_1 \subseteq A_2 \dots \subseteq A_p$),
- *dogmatique* si et seulement si $m(\Omega) = 0$,
- *simple* si et seulement si elle a deux éléments focaux A et Ω , tels que $A \subset \Omega$ et $A \neq \emptyset$,
- *spécialisée* si et seulement si elle a seulement trois éléments focaux A , \bar{A} et Ω , tel que $A \cup \bar{A} = \Omega$ et $A, \bar{A} \neq \emptyset$.

Soit une fonction de masse normale m d'ensembles focaux A_1, \dots, A_p . Les fonctions de **crédibilité** et de **plausibilité** associées à m sont respectivement :

$$\text{bel}(A) = \sum_{\{i | A_i \subseteq A\}} m_i \quad (2.42)$$

$$\text{pl}(A) = \sum_{\{i | A_i \cap A \neq \emptyset\}} m_i \quad (2.43)$$

La fonction de crédibilité mesure à quel point les informations données par une source soutiennent la proposition A . La crédibilité donne ainsi une tendance minimale. Par contre, la plausibilité donne une tendance maximale. En effet, la plausibilité, fonction duale de la crédibilité, mesure le degré maximal de croyance susceptible d'être alloué à A . L'intervalle de confiance $[\text{bel}(A), \text{pl}(A)]$ définit la vraie connaissance sur une hypothèse A .

En fusion de données, chaque source d'information, notée S_i , est à l'origine d'un jeu de masse élémentaire noté m_i caractéristique de l'information qu'elle véhicule. En présence de plusieurs sources, la règle de Dempster-Shafer permet de combiner l'ensemble des jeux de masses et de construire ainsi un jeu de masse unique caractéristique de l'information globale du système. Pour combiner l'effet de deux fonctions de masse m_1 et m_2 , la théorie de Dempster-Shafer définit une règle $m_1 \oplus m_2$ comme suit :

$$\begin{cases} m_1 \oplus m_2(\emptyset) &= 0 \\ m_1 \oplus m_2(A) &= \frac{\sum_{X \cap Y = A} m_1(X) m_2(Y)}{1 - \sum_{X \cap Y = \emptyset} m_1(X) m_2(Y)} \end{cases} \quad (2.44)$$

Contrairement à l'inférence bayésienne, les probabilités a priori ne sont pas exigées dans l'inférence de Dempster-Shafer car elles sont attribuées à l'instant où l'information est fournie. Le fait de combiner les croyances permet de propager les incertitudes dans la chaîne de perception multi-capteurs en considérant dès la modélisation les imperfections des processus de détection de données et éventuellement des pré-traitements. Cette approche a été utilisée par [Murphy [1998]]-[Hughes and Murphy [1992]] pour localiser des robots mobiles.

2.3.3 Association de données

L'objectif de l'association de données est de déterminer l'ensemble de mesures qui correspond à chaque cible, Figure 2.13. Le but est de déterminer, dans le temps, l'ensemble des observations durant le temps générées par une même cible constituant une piste, [Fayad [2009]].

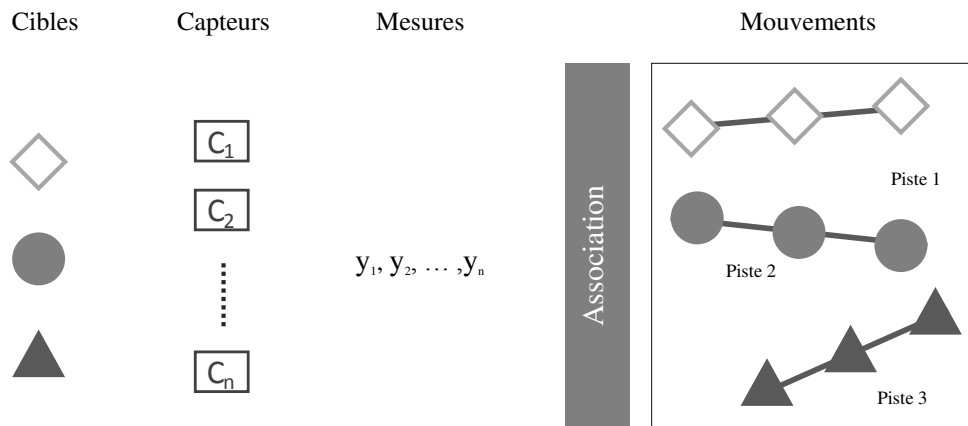


FIGURE 2.13 – Processus d'association de données

On suppose qu'on a N cibles étroitement regroupées dans un environnement muni d'un seul capteur. Le problème d'association de données est formulé comme suit :

- Chaque mesure est reçue à des intervalles de temps discret.
- Le capteur peut ne pas fournir des mesures sur un intervalle précis.
- Certaines mesures sont bruitées.
- Pour une cible en particulier et dans chaque intervalle de temps, on ne connaît pas a priori les observations qui seront générées par la cible.

Par conséquent, le but de l'association de données est de déterminer l'ensemble de mesures qui est généré par la même cible au cours du temps. L'association de données est souvent effectuée avant l'estimation d'état des cibles détectées. En outre, c'est une étape primordiale car le résultat de l'estimation ou de la classification sera erroné si l'association de données n'est pas cohérente.

Dans la suite, les techniques, les plus répandues, utilisées pour résoudre le problème d'association de données seront présentées.

2.3.3.1 Les k-plus proches voisins

L'algorithme des k -plus proches voisins ou $K - NN$ (*K-Nearst Neighbor*) est un des algorithmes de classification supervisée les plus simples. L'objectif de la classification supervisée est principalement de définir des règles permettant d'étiqueter des objets dans des classes à partir de variables qualitatives ou quantitatives caractérisant ces objets. En supposant qu'une base d'apprentissage correctement étiquetée est à disposition, la méthode des k -plus proches voisins permet d'obtenir de très bons résultats de classification. La détermination de leur similarité est basée sur des mesures de distance. Le seul outil dont on a besoin est donc une distance entre les éléments que l'on veut classer. Si on représente ces éléments par des vecteurs de coordonnées, il y a de nombreux choix possibles pour ces distances telles que la distance absolue, la distance euclidienne et la distance de Mahalanobis, [Blackman [1990]].

La méthode du plus proche voisin (1 – NN) consiste à classer une nouvelle observation dans la classe d'appartenance de l'observation de l'échantillon d'apprentissage qui lui est la plus proche. Formellement, soit L l'ensemble de données à disposition :

$$L = \{(y_i, x_i), i = 1, \dots, n_L\} \quad (2.45)$$

où y_i dénote la classe de l'individu i et $x_i^T = \{x_{i1}, \dots, x_{ip}\}$ représente les variables prédictives de l'individu i . La détermination du plus proche voisin est basée sur une fonction distance arbitraire $d(., .)$.

Ainsi, pour une nouvelle observation (y, x) le plus proche voisin $(y_{(1)}, x_{(1)})$ dans l'échantillon d'apprentissage est déterminé par :

$$d(x, x_1) = \min_i (d(x, x_i)) \quad (2.46)$$

et $\hat{y} = y_{(1)}$, la classe du plus proche voisin, est sélectionnée pour la prédiction de y . Les notations $x_{(j)}$ et $y_{(j)}$ représentent respectivement le $j^{ème}$ plus proche voisin de x et sa classe d'appartenance.

Parmi les fonctions distance types, la distance euclidienne est définie comme suit :

$$d(x_i, x_j) = \left(\sum_{s=1}^p (x_{is} - x_{js})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.47)$$

et plus généralement la distance de Minkowski :

$$d(x_i, x_j) = \left(\sum_{s=1}^p |x_{is} - x_{js}|^q \right)^{\frac{1}{q}} \quad (2.48)$$

Une première extension de cette idée, qui est largement et communément utilisée en pratique, est la méthode des k plus proches voisins. La plus proche observation n'est plus la seule observation utilisée pour la classification. Les k plus proches observations seront

désormais utilisées. Ainsi la décision est en faveur de la classe majoritairement représentée par les k voisins. Ceci évite que la classe prédite ne soit déterminée seulement à partir d'une seule observation.

Le paramètre k doit être déterminé par l'utilisateur : $k \in \mathbb{N}$. Il est souvent utile de choisir k impair pour éviter les votes égalitaires. Le meilleur choix de k dépend du jeu de données. En général, les grandes valeurs de k réduisent l'effet du bruit sur la classification mais rendent les frontières entre classes moins distinctes.

L'algorithme des k -plus proches voisins est simple à implémenter et peut atteindre la solution admissible rapidement. Néanmoins, dans un environnement multi-cibles, plusieurs paires ayant la même probabilité peuvent être obtenues, d'où une propagation indésirable de l'erreur. En outre, cet algorithme conduit à des mauvais résultats en cas de présence des données aberrantes ou défauts de mesure.

2.3.3.2 Association probabiliste de données

L'algorithme d'association probabiliste de données ou *PDA* (*Probabilistic Data Association*) a été initialement proposé par [Bar-Shalom and Tse [1975]]. Il est connu comme une version modifiée de la méthode des plus proches voisins. Le principe de l'algorithme consiste à construire un estimateur qui prend en considération toutes les observations présentes dans la fenêtre d'association.

La méthode PDA formule toutes les hypothèses d'association possibles entre une piste et ses voisins. L'algorithme procède ainsi au calcul de la probabilité p_{ij} de l'hypothèse qui associe la piste p_i à l'observation o_j où $j = 1, \dots, N$ (N étant le nombre d'observation dans la fenêtre d'association de la piste p_i). De même, la probabilité p_{i0} est calculée et représente la non-association de la piste.

$$p_{ij} = \begin{cases} \frac{b}{b + \sum_{l=1}^n \alpha_{il}} & j=0 \\ \frac{\alpha_{ij}}{b + \sum_{l=1}^n \alpha_{il}} & 1 \leq j \leq N \end{cases} \quad (2.49)$$

où $j = 0$ représente la non-association de la piste avec :

$$\begin{cases} b &= (1 - P_D) \beta (2\pi)^{\frac{M}{2}} \sqrt{|S_i|} \\ \alpha_{ij} &= P_D \cdot e^{\frac{-d_{ij}^2}{2}} \\ \beta &= \beta_{NT} + \beta_{FT} \end{cases} \quad (2.50)$$

avec :

- P_D : la probabilité de détection a priori,
- β_{NT} : densité de nouvelles pistes, supposée distribuée selon la loi de Poisson,
- β_{FT} : densité de fausses alarmes, supposée distribuée selon la loi de Poisson,

- M : dimension de la mesure,
- S_i : matrice de covariance du résidu de la piste,
- d_{ij} : distance statistique normalisée entre la piste p_i et l'objet o_j .

Cette méthode est assez performante lorsque le nombre de pistes est bien identifié. Mais le fait de calculer les probabilités d'association sans prendre en compte les autres pistes peut provoquer des pertes de pistes surtout lors des croisements. En outre, la méthode PDA est conçue pour traiter le cas d'une seule cible dans un environnement légèrement encombré. Ce qui conduit à des mauvais résultats en cas de présence de plusieurs cibles et des fausses alarmes.

2.3.3.3 Méthode d'association probabiliste conjointe de données

La méthode d'association probabiliste conjointe de données ou JPDA (*Joint Probability Data Association*) a été développée pour améliorer la robustesse de l'approche PDA et résoudre les conflits qui interviennent dans le cas où deux fenêtres de validation se chevauchent, [Fortmann et al. [1980]]. Dans ce cas, toutes les hypothèses envisageables sont examinées sans dissocier les différentes pistes. A chaque hypothèse $H_{ij}(k)$ (hypothèse que l'observation o_j reçue à l'instant k provienne de la piste p_i) est associée une probabilité p_{ij} qui se calcule en examinant tous les scénarii possibles susceptibles de correspondre à la situation observée. Cette méthode permet de prendre en compte le cas où les mesures reçues correspondent à des fausses alarmes.

La seule différence avec la méthode PDA réside dans le calcul des probabilités p_{ij} , qui doivent maintenant prendre en considération toutes les pistes en même temps. Les p_{ij} sont fonction des vraisemblances d'association, du nombre d'objets et des pistes associées. Pour chaque piste p_j et objet o_j , la vraisemblance d'association g_{ij} , supposée Gaussienne, est calculée à partir de S_{ij} (matrice de covariance du résidu entre la piste p_j et l'objet o_j) et d_{ij} (distance normalisée entre la piste p_i et l'objet o_j).

$$g_{ij} = \frac{e^{-\frac{d_{ij}^2}{2}}}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sqrt{|S_i|}} \quad (2.51)$$

La probabilité non normalisée d'une hypothèse h_l globale (contenant les associations g_{ij}) est donnée par l'équation suivante :

$$p'(h_l) = P_D^{N_{pa}} (1 - P_D)^{N_{pna}} \beta^{N_{ona}} \prod_{i,j} g_{ij} \quad (2.52)$$

avec :

- P_D : la probabilité de détection a priori,

- β_{NT} : densité de nouvelles pistes, supposée distribuée selon la loi de Poisson,
- β_{FT} : densité de fausses alarmes, supposée distribuée selon la loi de Poisson,
- $\beta = \beta_{NT} + \beta_{FT}$,
- N_{pa} : nombre de pistes associées,
- N_{pna} : nombre de pistes non associées,
- N_{ona} : nombre d'objets non associés.

La probabilité normalisée $p(h_l)$ est donnée par l'équation suivante :

$$p(h_l) = \frac{p'(h_l)}{\sum_{j=1}^{N_H} p'(h_j)} \quad (2.53)$$

où N_H représente le nombre total d'hypothèses que l'on peut créer à partir de toutes les pistes et les objets.

La méthode JPDA est plus appropriée dans le cas d'un environnement où la densité de fausses alarmes est élevée. Néanmoins, l'algorithme JPDA demande une procédure explicite pour l'initialisation des pistes. En plus, le temps de calcul est particulièrement élevé, car dans un environnement muni de plusieurs objets, le nombre d'hypothèses est incrémenté exponentiellement avec le nombre de cibles.

2.3.3.4 Le pistage à hypothèses multiples

Le pistage à hypothèses multiples ou MHT (*Multi-Hypothesis Tracking*) a été proposé par [Reid [1979]] dans le but de palier au problème d'initialisation des pistes et d'ambiguïté dans les associations entre objets détectés et les pistes suivies au cours du temps. Contrairement aux méthodes PDA et JPDA, MHT prend en compte toutes les hypothèses possibles et maintient de nouvelles hypothèses à chaque itération. Le théorème de Bayes ou les réseaux bayésiens sont généralement utilisés pour calculer ces hypothèses. En effet, pour chaque observation, trois hypothèses sont considérées : (i) l'observation provient d'une piste déjà existante, (ii) l'observation provient d'une nouvelle piste, ou (iii) l'observation est une fausse alarme. Ensuite, une probabilité a posteriori de chaque hypothèse est calculée en tenant compte de détections manquantes, de faux positifs et de l'apparition possible de nouvelles cibles.

Cette méthode a le principal avantage de palier au problème d'initialisation rencontré par les méthode PDA et JPDA grâce à l'hypothèse que l'observation peut provenir d'une nouvelle piste. Néanmoins, cette approche construit un arbre dont chaque branche est une hypothèse et sachant qu'à chaque itération, chaque hypothèse donnera naissance à un arbre constitué des mêmes hypothèses. L'inconvénient majeur est donc le coût de

calcul énorme quand le nombre de pistes ou des faux positifs augmente.

Si l'hypothèse à un instant k est représentée par $H(k) = [h_l(k), k = 1, \dots, n]$ alors la probabilité de l'hypothèse $h_l(k)$ peut être calculée récursivement en utilisant le théorème de Bayes comme suit :

$$\begin{aligned} P(h_l(k)|Z(k)) &= P(h_g(k-1), a_i(k)|Z(k)) \\ &= \frac{1}{c} \times P(Z(k)|h_g(k-1), a_i(k)) \times P(a_i(k)|h_g(k-1)) \times P(h_g(k-1)) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Avec :

- $h_g(k-1)$: hypothèse d'associations pistes/objets jusqu'à l'instant $k-1$,
- $a_i(k)$: la $i^{\text{ème}}$ association possible de la piste à l'objet,
- $Z(k)$: objets détectés à l'instant k ,
- c : constante de normalisation.

L'avantage de la méthode MHT réside donc en sa capacité de générer toutes les hypothèses à partir des hypothèses précédentes et des observations courantes, de les évaluer à l'aide de l'équation (2.54) et de sélectionner les plus probables pour les propager à l'étape suivante. Néanmoins, l'inconvénient de cet algorithme est le coût de calcul qui augmente exponentiellement avec le nombre de pistes et de mesures. Par conséquent, l'implémentation pratique de cet algorithme est limitée.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une variété de capteurs utilisés dans les maisons intelligentes ainsi que les approches de fusion de données nécessaires pour exploiter les informations issues de ces capteurs. L'approche de fusion de données la plus appropriée à notre problématique est l'estimation d'état puisqu'il s'agit d'estimer la position de la personne avec une certaine précision. Deux catégories de méthodes d'estimation d'état peuvent être distinguées.

Les méthodes entrant dans la première catégorie consistent à décrire les incertitudes, les bruits de mesure et des perturbations d'état, à l'aide des variables aléatoires. Dans le cas linéaire, le filtre de Kalman, qui suppose que les bruits de mesure et du modèle sont de distribution normale, est particulièrement adapté pour résoudre ce problème. Dans le cas non linéaire, les deux méthodes utilisées sont le filtre de Kalman étendu (FKE) et le filtre particulaire (FP). Le FKE linéarise les équations d'état et de mesure et applique le filtre de Kalman pour obtenir l'état estimé. Néanmoins, la linéarisation est locale et peut conduire à des estimations qui ne sont pas fiables, surtout dans le cas des modèles

d'état fortement non linéaires. Le FP fournit une meilleure information sur la probabilité a posteriori de l'état estimé. L'efficacité des FP dépend essentiellement du nombre de particules et du calcul de leurs poids à chaque itération. Pour palier à ce problème, un grand nombre de particules doit être utilisé surtout quand la dimension du vecteur d'état est grande. Cette limitation est à considérer lors d'une implémentation en temps réel.

La deuxième catégorie concerne les techniques d'estimation à erreur bornée qui suppose que tous les variables appartiennent à des ensembles fermés, tels qu'un ellipsoïde, un intervalle, un parallélotope ou zonotope, qui contiennent d'une manière garantie tous les vecteurs d'état cohérents avec les contraintes. Le principal avantage de ces approches est que la connaissance des incertitudes du système et des mesures n'est pas nécessaire. La seule condition est que les bruits inconnus appartiennent à des ensembles dont on connaît les bornes.

L'intérêt du contexte à erreur bornée est qu'on est capable d'obtenir l'état réel du système dans un ensemble fermé garantissant la précision et en prenant en compte toutes les erreurs possibles. Dans le cadre de la localisation en intérieur, on doit être capable, en utilisant ces méthodes ensemblistes, de déterminer une zone de localisation enveloppant la position du résident en intérieur en présence de mesures aberrantes.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier l'estimation ensembliste dans un contexte à erreur bornée. En particulier, nous allons introduire la théorie des intervalles et présenter une méthode ensembliste pour palier aux données aberrantes.

Chapitre 3

Méthode ensembliste pour l'estimation robuste d'état

Sommaire

3.1 Introduction	40
3.2 Estimation ensembliste	40
3.3 Analyse par intervalles	42
3.3.1 Définitions de base	42
3.3.2 Fonctions d'inclusion	48
3.3.3 Algorithme d'inversion ensembliste : SIVIA	52
3.3.4 Les contracteurs	56
3.4 Contracteur robuste pour l'estimation d'état	60
3.4.1 Principe	60
3.4.2 Intersection q -relaxée	64
3.4.3 Calcul de la solution q -relaxée	65
3.5 Conclusion	67

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'estimation d'état dans un cadre ensembliste à erreur bornée. Le but de cette méthode est de déterminer à partir d'un ensemble de mesures et de connaissances a priori un domaine qui contient, d'une manière garantie, la valeur vraie de l'état à estimer. L'approche que l'on va utiliser pour englober l'état estimé est l'analyse par intervalles.

La théorie des intervalles a été proposée par [Moore [1966]] dans l'objectif de quantifier l'erreur sur les résultats de calculs numériques. Ces outils ont été utilisés essentiellement pour la résolution des problèmes d'optimisation afin de garantir l'appartenance des solutions à des intervalles de bornes connues. L'idée de base est de manipuler des intervalles de nombres réels et complexes plutôt que des valeurs ponctuelles. L'estimation d'état basée sur l'analyse par intervalles fournit un outil efficace pour contenir d'une manière garantie toutes les solutions possibles du problème dans un intervalle [Jaulin [2001]].

Dans ce chapitre, les concepts de base de l'analyse par intervalles seront présentés après une brève présentation de l'approche ensembliste. Ensuite, les outils de résolution des problèmes de satisfaction de contraintes seront introduits pour présenter l'approche ensembliste basée sur les intervalles pour l'estimation d'état. Enfin, une méthode de détection de données aberrantes est abordée afin d'assurer la robustesse de l'algorithme ensembliste.

3.2 Estimation ensembliste

Dans le cadre de l'estimation ensembliste à erreur bornée, le bruit de mesure d'un système appartient à un ensemble fermé dont on connaît les bornes. Par ailleurs, l'idée de base des estimateurs ensemblistes est de manipuler des informations constituées de contraintes que les paramètres d'un système doivent satisfaire pour être cohérents avec les données et les bornes du bruit. Ainsi, ces méthodes ont pour objectif de déterminer l'ensemble admissible qui contient les valeurs des paramètres qui satisfont les contraintes [Durieu et al. [1996]]-[Ramdani [2005]].

Dans le cas linéaire, on considère le modèle d'un système à temps discret de la forme :

$$y_i = x_i^T \theta^* + v_i, \quad i \in \mathbb{N} \quad (3.1)$$

avec :

- $y_i \in \mathbb{R}$ est la sortie altérée par le bruit $v_i \in \mathbb{R}$,

- $x_i \in \mathbb{R}$ est le régresseur contenant des entrées aux instants précédents et supposé parfaitement connu,
- $\theta^* \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur des paramètres à estimer.

Le bruit étant borné, vérifie :

$$v_i \in V = \{v \in \mathbb{R} : |v| \leq \gamma\} \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

avec $\gamma > 0$ la borne connue.

En combinant (3.2) avec (3.1), on aboutit à un ensemble admissible de paramètres qui sont cohérents avec les observations. La valeur réelle du paramètre est évidemment contenue dans l'ensemble d'intersection entre toutes les observations, noté B_k , et donné par :

$$B_k = \{\theta \in \mathbb{R}^n : |y_k - x_k^T \theta^*| \leq \gamma\} \quad (3.3)$$

B_k est une bande de contrainte donnée par l'espace restreint entre deux hyperplans parallèles, Figure 3.1(a).

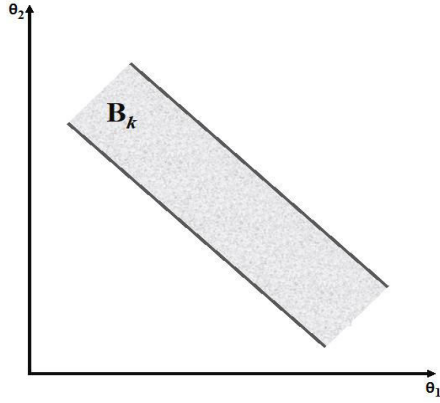
Étant données les observations $\{y_k, x_k\}_{k=1}^i$ et le fait que $\theta^* \in B_i$ pour tous les $i \in \{1, 2, \dots, k\}$, l'ensemble des solutions admissibles S_k qui contient les paramètres est obtenu par l'intersection des k bandes B_i :

$$S_k = \bigcap_{i=1}^k B_i \quad (3.4)$$

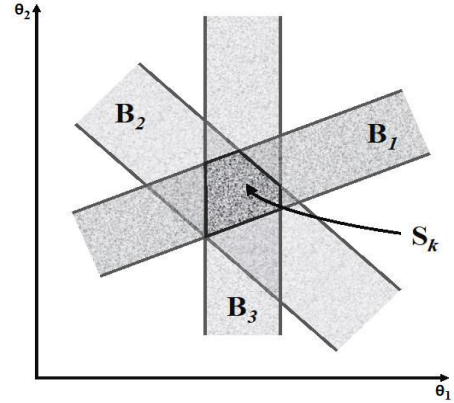
La figure 3.1(b) illustre l'ensemble S_k dans un espace à $p = 2$ paramètres et $k = 3$ observations.

La forme exacte de l'ensemble convexe S_k est difficile à décrire car le nombre de sommets de S_k augmente en fonction du nombre de paramètres p et d'observations k . L'approche ensembliste englobante utilise alors des formes géométriques simples et faciles à propager à chaque instant pour englober l'ensemble admissible S_k .

Les formes géométriques généralement utilisées sont : les polytopes, les parallélotopes, les orthotopes, les zonotopes [Combastel [2003]], les ellipsoïdes [Becis-Aubry et al. [2008]]-[Schweppe [1968]]-[Bertsekas and Rhodes [1971]]-[Fogel and Huang [1982]]-[Nagaraj et al. [1999]] et l'analyse par intervalles [Jaulin [2001]]. Dans la suite les outils ensemblistes basés sur les intervalles seront présentés.



(a) La bande B_k contenant $\theta \in \mathbb{R}^2$ cohérent avec l'observation et la borne sur le bruit à l'instant k .



(b) L'ensemble admissible S_k après 3 observations.

FIGURE 3.1 – Estimation ensembliste

3.3 Analyse par intervalles

3.3.1 Définitions de base

3.3.1.1 Intervalles

Définition 3.1 Un intervalle réel $[x]$ est un ensemble connexe de nombres réels bornés entre deux bornes inférieure et supérieure notées respectivement \underline{x} et \bar{x} :

$$[x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}\} \quad (3.5)$$

■

L'ensemble des intervalles réels est noté \mathbb{IR} . Étant donné $x \in \mathbb{R}$ on définit :

- la largeur d'un intervalle : $w(x) = \bar{x} - \underline{x}$
- le centre d'un intervalle : $\text{mid}(x) = (\bar{x} + \underline{x})/2$
- le rayon d'un intervalle : $\text{rad}(x) = (\bar{x} - \underline{x})/2$

Proposition 3.1 Une variable ponctuelle $x \in \mathbb{R}$ peut être considérée comme un intervalle $[x]$ comme suit :

$$x = [x] = [\underline{x}, \bar{x}] = \{x \in \mathbb{R} \mid \underline{x} \leq x \leq \bar{x}, \underline{x} = \bar{x}\} \quad (3.6)$$

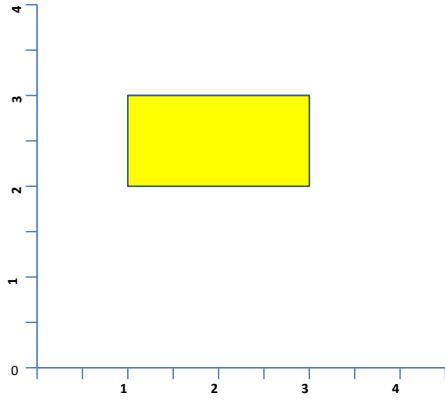
■

Définition 3.2 Un vecteur intervalle $x \in \mathbb{IR}^n$, appelé aussi boîte ou pavé, est un vecteur dont les éléments sont des variables de type intervalle dans \mathbb{R} :

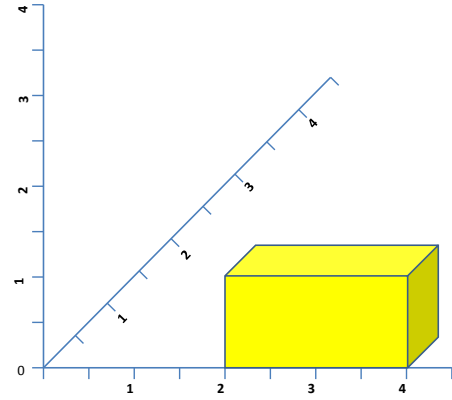
$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \quad (3.7)$$

■

Pour tout $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, l'intervalle $x_i = [\underline{x}_i, \bar{x}_i]$ correspond au $i^{\text{ème}}$ élément de x . Un pavé non vide de \mathbb{IR}^2 (par exemple $[1, 3] \times [2, 3]$) et un pavé non vide de \mathbb{IR}^3 (par exemple $[2, 4] \times [0, 1] \times [0, 0.5]$) sont représentés respectivement sur les figures 3.2(a) et 3.2(b).



(a) Représentation du pavé de \mathbb{IR}^2



(b) Représentation du pavé de \mathbb{IR}^3 .

FIGURE 3.2 – Représentation graphique des pavés

Pour $x \in \mathbb{IR}^n$, on définit :

- la borne inférieure du vecteur intervalle : $\underline{x} = \inf(x) = (\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_n)^T$
- la borne supérieure du vecteur intervalle : $\bar{x} = \sup(x) = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)^T$
- le centre du vecteur intervalle : $\text{mid}(x) = (\bar{x} + \underline{x})/2$
- le rayon du vecteur intervalle : $\text{rad}(x) = (\bar{x} - \underline{x})/2$
- la largeur du vecteur intervalle : $w(x) = \max_{i=1}^n (\bar{x}_i - \underline{x}_i)$

Définition 3.3 Une matrice intervalle $X \in \mathbb{IR}^{n \times m}$ est une matrice dont les éléments sont des variables de type intervalle dans \mathbb{R} :

$$X = \begin{pmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n,1} & \dots & x_{n,m} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

■

Pour tout $i \in 1, 2, \dots, n$ et $j \in 1, 2, \dots, m$, l'intervalle x_{ij} correspond à l'élément de la $i^{\text{ème}}$ ligne et la $j^{\text{ème}}$ colonne de X .

Pour $x \in \mathbb{R}^n$, on définit :

- la borne inférieure de la matrice intervalle : $\underline{X} = \inf(X) = \begin{pmatrix} \underline{x}_{1,1} & \dots & \underline{x}_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \underline{x}_{n,1} & \dots & \underline{x}_{n,m} \end{pmatrix}$
- la borne supérieure de la matrice intervalle : $\bar{X} = \sup(X) = \begin{pmatrix} \bar{x}_{1,1} & \dots & \bar{x}_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{x}_{n,1} & \dots & \bar{x}_{n,m} \end{pmatrix}$
- le centre de la matrice : $\text{mid}(X) = (\bar{X} + \underline{X})/2$
- le rayon de la matrice : $\text{rad}(X) = (\bar{X} - \underline{X})/2$
- la largeur de la matrice : $w(X) = \max_{i=1, j=1}^{n, m} (\bar{X}_{ij} - \underline{X}_{ij})$

Définition 3.4 Un sous-pavage de \mathbb{R}^n est défini comme l'union de boîtes disjointes de \mathbb{R}^n de largeurs non nulles. Deux boîtes d'un même sous-pavage peuvent avoir en commun une frontière mais leurs intérieurs ne se chevauchent pas. ■

La Figure 3.3 illustre un encadrement d'un ensemble X par deux sous-pavages : intérieur \underline{X} et extérieur $\bar{X} = \underline{X} + \Delta X$. Un sous-pavage de \mathbb{R}^n qui couvre $[x]$ est appelé un pavage de $[x]$.

Définition 3.5 La bisection est une opération qui partitionne un pavé $[x]$ au niveau de la $j^{\text{ème}}$ composante en deux autres pavés $L[x]$ et $R[x]$ comme suit :

$$L[x] = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times \dots \times \left[\underline{x}_j, \frac{\underline{x}_j + \bar{x}_j}{2} \right] \times \dots \times [\underline{x}_n, \bar{x}_n]. \quad (3.9)$$

$$R[x] = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \times \dots \times \left[\frac{\underline{x}_j + \bar{x}_j}{2}, \bar{x}_j \right] \times \dots \times [\underline{x}_n, \bar{x}_n]. \quad (3.10)$$

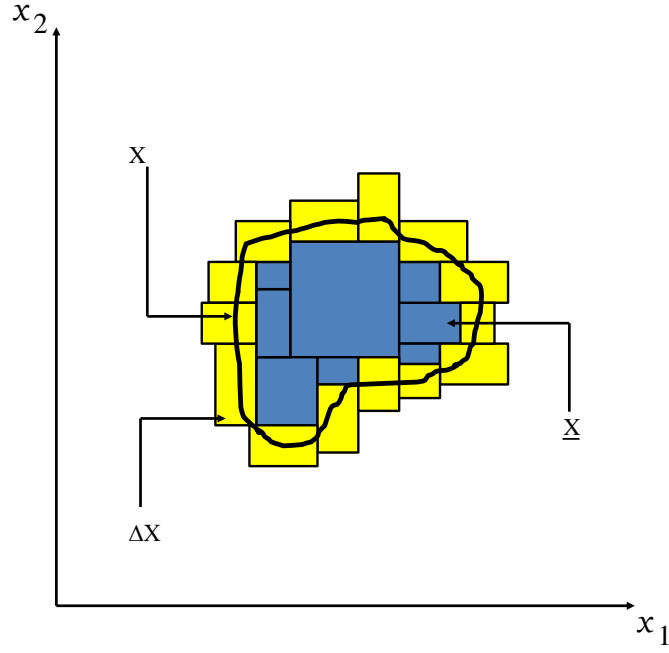


FIGURE 3.3 – Sous-pavage.

■

La bisection est généralement utilisée par les algorithmes dédiés à la résolution des problèmes d'inversion ensembliste.

3.3.1.2 Opérations arithmétiques

Les opérations arithmétiques telles que l'addition (+), la soustraction (-), la multiplication (×) et la division (/) peuvent être applicables aux intervalles. Soit $[x]$ et $[y]$ deux intervalles et $\circ \in \{+, -, *, /\}$, on a :

$$[x] \circ [y] = [\{x \circ y \in \mathbb{R} \mid x \in [x], y \in [y]\}] \quad (3.11)$$

L'intervalle résultat est le plus petit intervalle contenant toutes les valeurs prises par $x \circ y$ pour tout $x \in [x]$ et $y \in [y]$. En particulier :

$$\begin{cases} [x] + [y] &= \left[\underline{x} + \underline{y}, \bar{x} + \bar{y} \right] \\ [x] - [y] &= \left[\underline{x} - \bar{y}, \bar{x} - \underline{y} \right] \\ [x] * [y] &= \left[\min(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}), \max(\underline{x}\underline{y}, \underline{x}\bar{y}, \bar{x}\underline{y}, \bar{x}\bar{y}) \right] \\ [x] / [y] &= [x] * (1 / [y]) \end{cases} \quad (3.12)$$

avec :

$$1/[y] = \begin{cases}]-\infty, +\infty[& \text{si } [y] = [0, 0] \\ [1/\bar{y}, 1/\underline{y}] & \text{si } 0 \notin [y] \\ [1/\bar{y}, +\infty[& \text{si } \underline{y} = 0, \bar{y} > 0 \\]-\infty, 1/\underline{y}] & \text{si } \underline{y} > 0, \bar{y} = 0 \\]-\infty, +\infty[& \text{si } \underline{y} < 0, \bar{y} > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

La multiplication d'un intervalle non vide $[x]$ par un réel α donne :

$$\begin{aligned} \alpha[x] &= [\alpha\underline{x}, \alpha\bar{x}] & \text{si } \alpha \geq 0 \\ &= [\alpha\bar{x}, \alpha\underline{x}] & \text{si } \alpha < 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Exemple 1 : quelques opérations élémentaires sur des intervalles :

$$\begin{aligned} [2, 5] + [0, 3] &= [2, 8] \\ [0, 4] - [2, 5] &= [-5, 2] \\ [-2, 5] * [0, 2] &= [-4, 10] \\ [1, 3] / [-2, 2] &=]-\infty, +\infty[\end{aligned} \quad (3.15)$$

■

Similairement, dans le cas de pavés, les opérations arithmétiques conduisent à un pavé défini comme suit :

$$[x] \circ [y] = ([x_1] \circ [y_1]) \times \dots \times ([x_n] \circ [y_n]) \quad (3.16)$$

Exemple 2 : quelques opérations élémentaires sur des pavés :

$$\begin{aligned} [1, 3] \times [2, 4] + [0, 1] \times [5, 6] &= [1, 4] \times [7, 10] \\ [0, 4] \times [0, 3] - [2, 5] \times [1, 4] &= [-5, 2] \times [-4, 2] \\ [-2, 5] \times [-1, 4] \times [0, 2] \times [0, 3] &= [-4, 10] \times [-3, 12] \\ [1, 3] \times [2, 3] / [-1, 1] \times [-2, 2] &=]-\infty, +\infty[\times]-\infty, +\infty[\end{aligned} \quad (3.17)$$

■

3.3.1.3 Opérations ensemblistes

Les opérations ensemblistes, telles que l'intersection et l'union, sont aussi applicables aux intervalles.

L'intersection de deux intervalles réels non vides $[x]$ et $[y]$ donne :

$$[x] \cap [y] = \begin{cases} [\max\{\underline{x}, \underline{y}\}, \min\{\bar{x}, \bar{y}\}] & \text{si } \max\{\underline{x}, \underline{y}\} \leq \min\{\bar{x}, \bar{y}\} \\ \emptyset & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.18)$$

Dans le cas des pavés $[x]$ et $[y] \in \mathbb{R}^n$ on a :

$$[x] \cap [y] = \begin{cases} \emptyset & \text{si } \exists i, 1 \leq i \leq n, [x_i] \cap [y_i] = \emptyset \\ [x_1] \cap [y_1] \times \dots \times [x_n] \cap [y_n] & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.19)$$

Exemple 3 : intersection de deux intervalles et intersection de deux boîtes :

$$\begin{aligned} [2, 5] \cap [3, 4] &= [3, 4] \\ [2, 5] \times [1, 4] \cap [3, 4] \times [3, 6] &= [3, 4] \times [3, 4] \end{aligned} \quad (3.20)$$

■

L'union de deux intervalles peut donner un ensemble non connexe. Une nouvelle opération définie comme une union intervalle est donnée comme suit :

$$[x] \sqcup [y] = \left[\min \{ \underline{x}, \underline{y} \}, \max \{ \bar{x}, \bar{y} \} \right] \quad (3.21)$$

Dans le cas des pavés $[x]$ et $[y] \in \mathbb{R}^n$ on a :

$$[x] \sqcup [y] = [x_1] \sqcup [y_1] \times \dots \times [x_n] \sqcup [y_n] \quad (3.22)$$

Exemple 4 : union de deux intervalles et union de deux boîtes :

$$\begin{aligned} [-3, 1] \sqcup [2, 5] &= [-3, 5] \\ [-3, 1] \times [1, 4] \sqcup [2, 5] \times [-2, 3] &= [-3, 5] \times [-2, 4] \end{aligned} \quad (3.23)$$

■

3.3.1.4 Phénomène de dépendance

Soit un intervalle $[x] \in \mathbb{R}$ tel que $w(x) \neq 0$. Étant donné un opérateur $\circ \in \{+, -, *, /\}$, en utilisant la définition 3.11, on obtient :

$$[x] \circ [x] = \{ \{x_1 \circ x_2 \in \mathbb{R} \mid x_1 \in [x], x_2 \in [x]\} \} \quad (3.24)$$

L'arithmétique des intervalles considère deux valeurs différentes appartenant à l'intervalle $[x]$. Il n'y a aucune contrainte qui exige $x_1 = x_2$. Ce phénomène est appelé phénomène de dépendance qui engendre les caractéristiques suivantes :

1. Non existence du résultat nul en effectuant une opération de soustraction. Contrairement aux opérations arithmétiques dans \mathbb{R} où zéro peut être obtenu en soustrayant deux nombres de même valeur, le zéro intervalle n'existe pas sauf pour les intervalles dégénérés.

Exemple 5 : Étant donné un intervalle $[x] = [2, 6]$, alors :

$$[x] - [x] = [2, 6] - [2, 6] = [-4, 4] \quad (3.25)$$

■

2. Non existence du résultat unité en effectuant une opération de division arithmétiques dans \mathbb{R} , l'unité peut être obtenue en divisant deux nombres de même valeur. L'unité intervalle n'existe pas sauf pour les intervalles dégénérés.

Exemple 6 : Étant donné un intervalle $[x] = [2, 6]$, alors :

$$[x] / [x] = [2, 6] / [2, 6] = [1/3, 3] \quad (3.26)$$

■

3.3.1.5 Phénomène d'enveloppement

Le phénomène d'enveloppement est utilisé pour caractériser le pessimisme dû à la représentation d'un ensemble par un pavé.

Exemple 7 : On considère un pavé bidimensionnel $[x] = [x_1] \times [x_2]$ soumis à une fonction de rotation donnée par la matrice :

$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

La rotation du pavé donne un rectangle de même dimension mais avec une orientation différente. La représentation de ce rectangle par un pavé donne un nouveau rectangle dont les côtés sont parallèles aux axes et dont la dimension est plus grande, Figure 3.4.

■

3.3.2 Fonctions d'inclusion

Soit f une fonction définie de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m comme suit :

$$f : x \in \mathbb{R}^n \mapsto f(x) \in \mathbb{R}^m \quad (3.28)$$

L'image d'un pavé $[x] \in \mathbb{R}^n$ par la fonction f est l'ensemble suivant :

$$f([x]) = \{f(x) \mid x \in [x]\} \quad (3.29)$$

Cet ensemble n'est pas nécessairement un pavé de \mathbb{R}^n . Une fonction intervalle, appelée fonction d'inclusion, est alors introduite pour renvoyer un pavé englobant

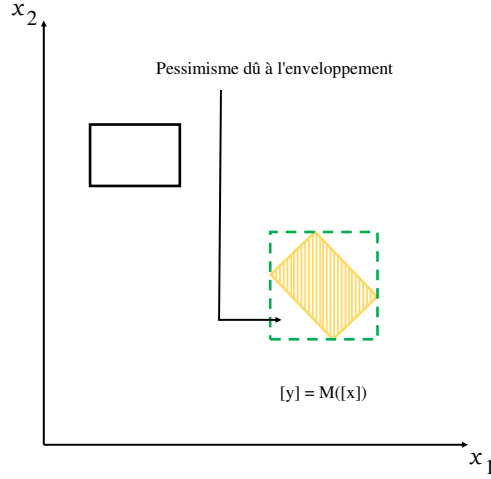


FIGURE 3.4 – Phénomène d'enveloppement.

$f([x])$, Figure 3.5.

La fonction intervalle $[f] : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ est une fonction d'inclusion de la fonction $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ si et seulement si :

$$\forall [x] \in \mathbb{R}^n, f([x]) \subseteq [f][x] \quad (3.30)$$

Une fonction d'inclusion est alors définie comme suit :

$$[f][x] = [\{f(x) \mid x \in [x]\}] \supseteq f([x]) \quad (3.31)$$

Quelle que soit la forme de l'ensemble image $f([x])$, une fonction d'inclusion $[f]$ de f permet de calculer un pavé $[f]([x])$ qui contient d'une manière garantie l'image de $[x]$ par f .

Il existe une infinité de fonctions d'inclusion pour une fonction donnée f . La fonction d'inclusion minimale de f , notée $[f]^*$, est la fonction d'inclusion unique qui correspond au plus petit pavé contenant $f([x])$. Toutes les autres sont dites pessimistes (voir Figure 3.5).

3.3.2.1 Propriétés des fonctions d'inclusion

Définition 3.6 Une fonction d'inclusion est dite convergente si, pour toute suite de pavés $[x_k]$, on a :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} w([x_k]) = 0 \Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} w([f][x_k]) = 0 \quad (3.32)$$

■

Définition 3.7 Une fonction d'inclusion est dite fine si, pour tout intervalle ponctuel $\{x\}$, son image par $[f]$ est ponctuelle :

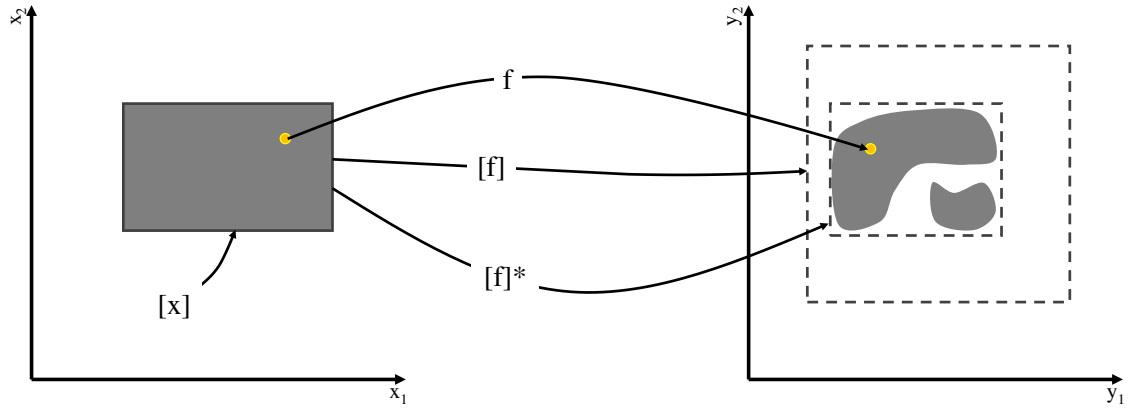


FIGURE 3.5 – Image d'un pavé $[x]$ par une fonction f : une fonction d'inclusion pessimiste $[f]$ et une fonction d'inclusion minimale $[f]^*$.

$$[f] \{x\} = \{f(x)\} \quad (3.33)$$

Définition 3.8 Une fonction d'inclusion est dite monotone si, pour tout pavés $[x]$ et $[y] \in \mathbb{R}^n$, on a :

$$[x] \subset [y] \Rightarrow [f]([x]) \subset [f]([y]) \quad (3.34)$$

Définition 3.9 Soit f une fonction donnée par $f(x) = f_1(x) \times \dots \times f_m(x)$. Une fonction d'inclusion pour f est définie par :

$$[f]([x]) = [f_1]([x]) \times \dots \times [f_m]([x]) \quad (3.35)$$

$[f]$ est convergente (respectivement minimale) si pour tout $i = 1, \dots, m$, $[f_i]$ sont convergentes (respectivement minimales).

3.3.2.2 Fonctions d'inclusion élémentaires

Les fonctions élémentaires dans \mathbb{R} peuvent être étendues pour les intervalles dans \mathbb{R} comme le montre la formule suivante :

$$f(x) = \left[\inf_{x \in [x]} (f([x])), \sup_{x \in [x]} (f([x])) \right] \quad (3.36)$$

On peut en déduire les expressions des différentes fonctions élémentaires monotones telles que :

$$\exp [x] = [\exp(\underline{x}), \exp(\overline{x})] \quad (3.37)$$

$$[x]^2 = \begin{cases} [0, \max(\underline{x}^2, \overline{x}^2)] & \text{si } 0 \in [x] \\ [\min(\underline{x}^2, \overline{x}^2), \max(\underline{x}^2, \overline{x}^2)] & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.38)$$

3.3.2.3 Fonctions d'inclusion naturelles

Il existe plusieurs méthodes pour trouver une fonction d'inclusion convergente pour une fonction donnée f . La méthode la plus simple consiste à remplacer les variables scalaires ($x, y, etc.$) par les intervalles ($[x], [y], etc.$) et toutes les fonctions élémentaires réelles par leur extension intervalle. La fonction $[f]$ ainsi obtenue est la fonction d'inclusion naturelle de f .

Exemple 8 : On considère la fonction :

$$f(x) = x^2 + 5x + 2 \quad (3.39)$$

Une fonction d'inclusion naturelle de f est :

$$[f] [x] = [x]^2 + 5 [x] + 2 \quad (3.40)$$

L'évaluation de $[f]$ pour $[x] = [-2, 2]$ donne :

$$\begin{aligned} [f] ([-2, 2]) &= [-2, 2]^2 + 5 \times [-2, 2] + 2 \\ &= [-4, 4] + [-8, 12] \\ &= [-12, 16] \end{aligned} \quad (3.41)$$

Une fonction d'inclusion naturelle est rarement minimale. Le pessimisme est souvent introduit quand chaque variable apparaît plusieurs fois dans l'expression de f .

Exemple 9 : On considère les expressions suivantes de la même fonction $f(x)$ [Jaulin \[2001\]](#) :

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x(x+1) \\ f_2(x) &= x \times x + x \\ f_3(x) &= x^2 + x \\ f_4(x) &= (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (3.42)$$

L'évaluation des fonctions d'inclusion naturelles de ces fonctions pour $x = [-1, 1]$:

$$\begin{aligned} [f_1] ([x]) &= [x] ([x] + 1) \\ &= [-1, 1] ([-1, 1] + 1) \\ &= [-2, 2] \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned}
[f_2]([x]) &= [x] \times [x] + [x] \\
&= [-1, 1] \times [-1, 1] + [-1, 1] \\
&= [-2, 2]
\end{aligned} \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
[f_3]([x]) &= [x]^2 + [x] \\
&= [-1, 1]^2 + [-1, 1] \\
&= [-1, 2]
\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}
[f_4]([x]) &= ([x] + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \\
&= ([-1, 1] + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \\
&= [-\frac{1}{4}, 2]
\end{aligned} \tag{3.46}$$

Les résultats obtenus pour les différentes fonctions d'inclusion naturelles de f sont illustrés par la Figure 3.6. La fonction $[f_4]$ est minimale.

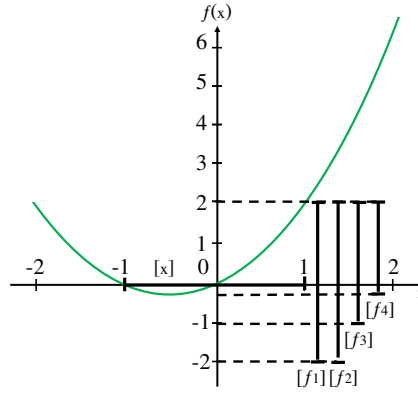


FIGURE 3.6 – Quatre fonctions d'inclusion naturelles de la même fonction.

■

3.3.3 Algorithme d'inversion ensembliste : SIVIA

Soit f une fonction, éventuellement non linéaire, de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^m et soit \mathbb{Y} un sous-ensemble de \mathbb{R}^m . Le problème d'inversion ensembliste consiste à chercher un sous-ensemble \mathbb{X} de \mathbb{R}^n tel que :

$$f(\mathbb{X}) = \mathbb{Y} \tag{3.47}$$

Le sous-ensemble solution \mathbb{X} est défini comme suit :

$$\mathbb{X} = \{x \in \mathbb{X} \mid f(x) \in \mathbb{Y}\} \tag{3.48}$$

L'algorithme d'inversion ensembliste par intervalles ou SIVIA (*Set Inversion Via Interval Analysis*) permet de trouver un encadrement de l'ensemble solution \mathbb{X} par un sous-pavage intérieur $\underline{\mathbb{X}}$ et un sous-pavage extérieur $\overline{\mathbb{X}}$ tel que $\underline{\mathbb{X}} \subset \mathbb{X} \subset \overline{\mathbb{X}}$, [Jaulin [2001]]. La relation entre ces deux sous-pavages est caractérisée par l'incertitude donnée par :

$$\Delta\mathbb{X} = \overline{\mathbb{X}} \setminus \underline{\mathbb{X}} \quad (3.49)$$

L'algorithme SIVIA nécessite un pavé initial $[x_0]$ dans lequel $\overline{\mathbb{X}}$ est sûrement incluse. Ensuite, SIVIA procède à la bisection successive de $[x_0]$ puis vérifie pour chaque pavé ainsi généré s'il appartient au sous-pavage solution à l'aide d'un test d'inclusion et la fonction d'inclusion $[f]$. Différents cas qui peuvent être distingués :

1. Si l'image du pavé $[x]$ par $[f]$ et \mathbb{Y} ont une intersection vide, $[f][x] \cap \mathbb{Y} = \emptyset$, alors le pavé $[x]$, dit **inacceptable**, est éliminé car il est garanti de ne pas appartenir à l'ensemble solution, Figure 3.7.

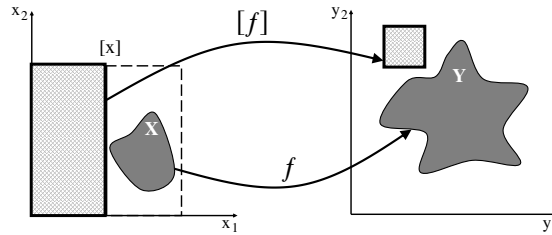


FIGURE 3.7 – Cas du pavé inacceptable.

2. Si l'image du pavé $[x]$ par $[f]$ est entièrement incluse dans l'ensemble \mathbb{Y} , $[f]([x]) \subset \mathbb{Y}$, alors le pavé $[x]$, dit **acceptable**, est garanti d'appartenir à l'ensemble solution. Ce pavé $[x]$ sera ajouté aux sous-pavages $\underline{\mathbb{X}}$ et $\overline{\mathbb{X}}$, Figure 3.8.

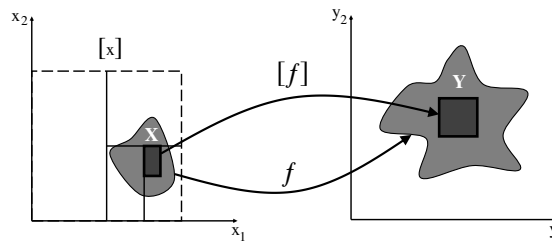


FIGURE 3.8 – Cas du pavé acceptable.

3. Si l'image du pavé $[x]$ par $[f]$ a une intersection non vide avec \mathbb{Y} mais n'est pas inclus dans \mathbb{Y} , alors le pavé $[x]$, dit **ambigu**, contient une partie de la solution. Si ce pavé a une largeur supérieure à une certaine précision ϵ , alors $[x]$ sera bissecté

en deux boîtes $[x_1]$ et $[x_2]$ qui seront récursivement soumises au test d'inclusion, Figure 3.9.

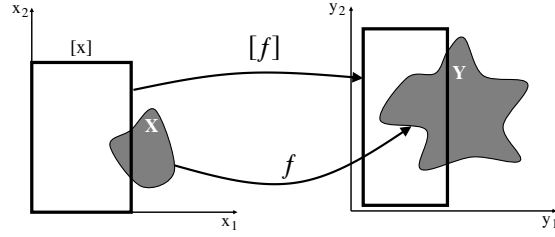


FIGURE 3.9 – Cas du pavé ambigu avec une largeur supérieure à la précision.

4. Si l'image du pavé $[x]$ par $[f]$ est ambigu avec une largeur inférieure à ϵ , alors $[x]$ sera rajouté au sous-pavage $\overline{\mathbb{X}}$, Figure 3.10.

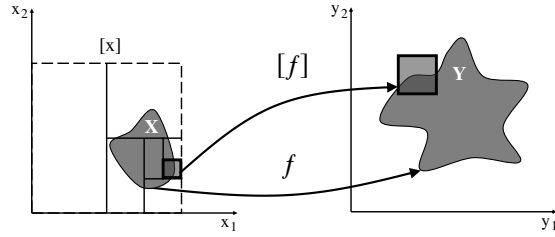


FIGURE 3.10 – Cas du pavé ambigu avec une largeur inférieure à la précision.

Les étapes de la méthode SIVIA sont présentées par l'algorithme 1. Les sous-pavages $\underline{\mathbb{X}}$ et $\overline{\mathbb{X}}$ sont initialement vides.

Algorithme 1 SIVIA (Entrées : $[x]$, f , \mathbb{Y} , ϵ ; Sorties : $\underline{\mathbb{X}}$, $\overline{\mathbb{X}}$)

- 1: **Si** $[f]([x]) \subseteq \mathbb{Y}$ **alors**
 - 2: $\underline{\mathbb{X}} := \underline{\mathbb{X}} \cup [x]$; $\overline{\mathbb{X}} := \overline{\mathbb{X}} \cup [x]$
 - 3: **Sinon Si** $[f]([x]) \cap \mathbb{Y} = \emptyset$ **alors**
 - 4: Eliminer $[x]$;
 - 5: **Sinon Si** $w([x]) \geq \epsilon$ **alors**
 - 6: Bissecter $[x]$ en $[x_1]$ et $[x_2]$;
 - 7: SIVIA($[x_1]$, f , \mathbb{Y} , ϵ , $\underline{\mathbb{X}}$, $\overline{\mathbb{X}}$)
 - 8: SIVIA($[x_2]$, f , \mathbb{Y} , ϵ , $\underline{\mathbb{X}}$, $\overline{\mathbb{X}}$)
 - 9: **Sinon**
 - 10: $\overline{\mathbb{X}} := \overline{\mathbb{X}} \cup [x]$
 - 11: **Fin**
-

Exemple 10 : On considère la fonction suivante :

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} &\mapsto \mathbb{R} \\ (x_1, x_2, t) &\mapsto 10e^{-x_1 t} + 20e^{-x_2 t} \end{aligned} \quad (3.50)$$

On cherche à trouver l'ensemble $\mathbb{X} = [x_1] \times [x_2]$ tel que :

$$\mathbb{X} = \{(x_1, x_2) \mid \text{pour } t = 1, \dots, 10, f(x_1, x_2, t) \in \mathbb{Y}\} \quad (3.51)$$

avec $\mathbb{Y} = [10e^{-t} + 20e^{-2t} - 0.2, 10e^{-t} + 20e^{-2t} + 0.2]$.

En appliquant l'algorithme SIVIA, pour une précision fixée à $\epsilon = 0.02$ et un domaine initial $[-3, 5] \times [-2, 6]$, on obtient un encadrement de la solution par deux sous-pavages : $\underline{\mathbb{X}}$ en vert et l'incertitude $\Delta\mathbb{X} = \overline{\mathbb{X}} - \underline{\mathbb{X}}$ en jaune. Le sous-pavage en rouge correspond aux solutions inacceptables. Cet exemple est illustré par la Figure 3.11.

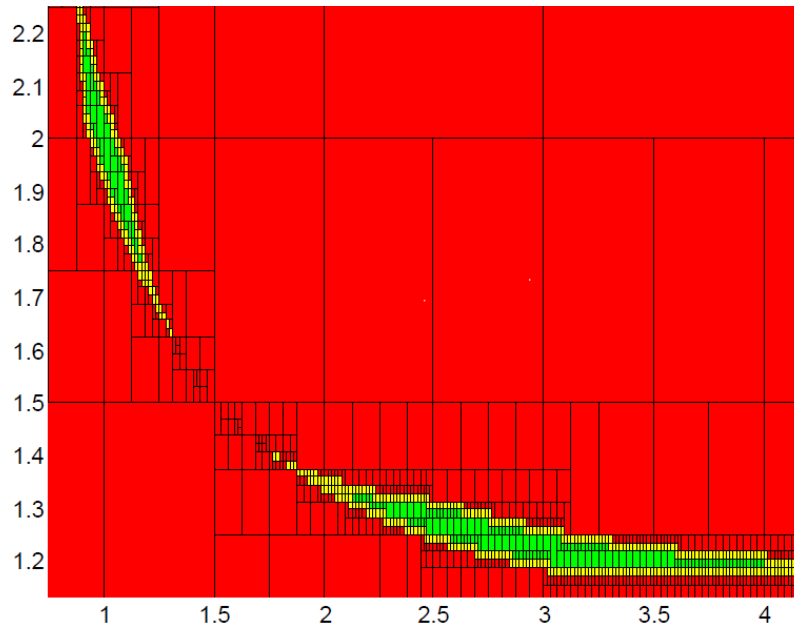


FIGURE 3.11 – Algorithme SIVIA appliqué à l'exemple 10.

■

3.3.4 Les contracteurs

Dans ce paragraphe, on définit la notion de contraction d'un pavé intervalle. Ensuite, on présente le principe de quelques contracteurs [Jaulin [2001]]-[Bessiere et al. [2010]]. Puis, on s'intéresse à la méthode de propagation-rétropropagation qui est adaptée aux problèmes présentant une redondance de mesures issues des capteurs. Enfin, on décrit une méthode d'estimation ensembliste robuste basée sur ce contracteur.

3.3.4.1 Problème de satisfaction de contraintes

On considère n variables réelles $x_i, i \in \{1, \dots, n\}$ reliées par m relations (ou contraintes), $f_j, j \in \{1, \dots, m\}$, de la forme :

$$f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, j \in \{1, \dots, m\} \quad (3.52)$$

Chaque variable x_i appartient à un domaine D_i . Ces domaines D_i sont supposés être des intervalles réels, notés $[x_i]$. Le vecteur $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ appartient ainsi à un domaine a priori :

$$[x] = [x_1] \times [x_2], \dots, \times [x_n] \quad (3.53)$$

Soit f la fonction ayant pour coordonnées les contraintes f_j , on peut écrire alors :

$$f(x) = 0 \quad (3.54)$$

Un tel problème est dit **problème de satisfaction de contraintes** ou CSP (Constraint Satisfaction Problem). Il sera formulé comme suit :

$$\mathcal{H} : (f(x) = 0, x \in [x]) \quad (3.55)$$

Un CSP est donc constitué de variables, de domaines contenant ces variables et de contraintes. L'ensemble solution \mathbb{S} du CSP est défini comme :

$$\mathbb{S} = \{x \in [x] \mid f(x) = 0\} \quad (3.56)$$

\mathbb{S} n'est pas nécessairement un pavé. En utilisant les méthodes de l'analyse par intervalles, la résolution d'un CSP conduit à trouver, d'une manière garantie, un pavé $[x]'$, englobant le sous-ensemble \mathbb{S} tel que :

$$\mathbb{S} \subseteq [x]' \subseteq [x] \quad (3.57)$$

Les problèmes de satisfaction de contraintes peuvent mettre en jeu des contraintes d'égalité, mais également des contraintes d'inégalité. Pour définir un ensemble de contraintes dans le cadre de travail des CSP, les inégalités sont transformées en égalités

en introduisant des variables positives nommées *variables auxiliaires*.

Exemple 11 : On considère les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} 5x_1 - 2e^{x_2} \leq 0 \\ x_1 + 3x_2 = 2 \end{cases} \quad (3.58)$$

Le problème CSP est formulé en introduisant la variable auxiliaire x_3 . Le nouvel ensemble de contraintes est :

$$\begin{cases} 5x_1 - 2e^{x_2} + x_3 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 2 = 0 \end{cases} \quad (3.59)$$

où les domaines des variables sont : $[x_1] = [x_2] = [-\infty, +\infty]$ et $[x_3] = [0, +\infty]$ et les fonctions coordonnées sont $f_1(x) = 5x_1 - 2e^{x_2} + x_3$ et $f_2(x) = x_1 + 3x_2 - 2$.

La contraction d'un pavé intervalle consiste à réduire la taille du pavé en y retirant les parties inconsistantes. Un contracteur \mathcal{C} pour \mathcal{H} est tout opérateur qui peut être utilisé pour assurer la contraction.

Plusieurs types de contracteurs de base sont proposés dans la littérature selon le type de problème à résoudre.

1. Dans le cas linéaire :

- a) Contracteur basé sur l'élimination de Gauss \mathcal{C}_{EG}
- b) Contracteur basé sur l'algorithme de Gauss-Seidel \mathcal{C}_{GS}
- c) Contracteur basé sur la programmation linéaire \mathcal{C}_{PL}

2. Dans le cas non linéaire :

- a) Contracteur basé sur la méthode de Krawczyk \mathcal{C}_K
- b) Contracteur basé sur la linéarisation parallèle \mathcal{C}_{\parallel}

c) Contracteur de Newton \mathcal{C}_N

d) Contracteur basé sur la propagation propagation-rétropropagation $\mathcal{C}_{\downarrow\uparrow}$

3.3.4.2 Méthode d'élimination de Gauss

Le contracteur \mathcal{C}_{EG} est basé sur la méthode d'élimination de Gauss. Soit un modèle linéaire intervalle :

$$[A] [x] = [b] \quad (3.60)$$

où $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Le principe de cette méthode est de décomposer la matrice A en un produit de deux matrices triangulaires : inférieure $[L]$ et supérieure $[U]$, avec $[A] \subset [L][U]$. En utilisant cette décomposition, la résolution de la contrainte (3.60) se ramène à la résolution des sous-systèmes :

$$\begin{aligned} [L] [y] &\supseteq [b] \\ [U] [x] &\supseteq [y] \end{aligned} \quad (3.61)$$

A partir de la connaissance des matrices $[L]$ et $[U]$, la solution du premier système triangulaire est donnée par :

$$[y_i] = \frac{[b_i] - \sum_{j=1}^{i-1} [l_{i,j}] [y_j]}{[l_{i,i}]}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.62)$$

La solution $[x]$ donnée par le contracteur \mathcal{C}_{EG} du deuxième système triangulaire est :

$$[x_i] = \frac{[y_i] - \sum_{j=i+1}^n [u_{i,j}] [x_j]}{[u_{i,i}]}, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.63)$$

3.3.4.3 Contracteur de Gauss-Seidel

On considère le CSP donné par (3.60). Le principe de la méthode est de développer, ligne par ligne, l'équation donnée par (3.60) comme suit :

$$[a_{i,1}] x_1 + \dots + [a_{i,n}] x_n = [b_i] \quad i = 1, \dots, n \quad (3.64)$$

Les valeurs de $[x_i]$ sont obtenues en résolvant l'équation de rang i comme suit :

$$[x_i] = \frac{[b_i] - ([a_{i,1}] X_1 + \dots + [a_{i,n}] X_n)}{a_{i,i}} \quad (3.65)$$

avec $[X_j]$ le pavé qui contient x_j . En rajoutant la contrainte $x_i = [x_i] \cap [X_i]$, la solution $[x_i]$ donnée par le contracteur \mathcal{C}_{GS} est :

$$[x_i] = \frac{1}{a_{i,i}} ([b_i] - \sum_{j=1}^{i-1} [a_{i,j}] [x_j] - \sum_{j=i+1}^n [a_{i,j}] [X_j]) \cap X_i \quad (3.66)$$

3.3.4.4 Contracteur de Krawczyk

Le contracteur \mathcal{C}_K , basé sur la méthode de Krawczyk, est adapté aux problèmes non linéaires de type :

$$\mathcal{H} : (f(x) = 0, x \in [x]) \quad (3.67)$$

La fonction $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$, est supposée différentiable. Le principe de la méthode est de construire une fonction $\psi(x)$ telle que :

$$\begin{aligned} f(x) = 0 & \Leftrightarrow M.f(x) = 0 \\ & \Leftrightarrow x - M.f(x) = x \\ & \Leftrightarrow \psi(x) = x \end{aligned} \quad (3.68)$$

Ainsi, le point x tel que $f(x) = 0$ est le point fixe de la fonction $\psi(x)$. Le contracteur \mathcal{C}_K consiste à réduire le pavé $[x]$ comme suit :

$$\begin{aligned} [x] &= [x] \cap [\psi]([x]) \\ &= [x] \cap (\psi(x_0) + [J_\psi]([x]).([x] - x_0)) \end{aligned} \quad (3.69)$$

avec x_0 le centre du pavé $[x]$ et $[J_\psi]([x])$ une fonction d'inclusion du Jacobien de ψ . Si on remplace $\psi(x)$ par $x - M.f(x)$, on obtient :

$$[x] = [x] \cap (x_0 - M.f(x_0) + (I - M.[J_f]([x])).([x] - x_0)) \quad (3.70)$$

avec I la matrice identité et $[J_f]$ une matrice d'inclusion du Jacobien de f . La matrice M est choisie comme l'inverse du Jacobien de f en x_0 : $M = ([J_f](x_0))^{-1}$.

3.3.4.5 Contracteur par propagation-rétropropagation

Le contracteur propagation-rétropropagation ou *forward-backward* C_{\uparrow} est basé sur la propagation de contraintes, [Jaulin [2001]]-[Drevelle [2011]]. Ce contracteur permet de contracter l'ensemble solution du CSP \mathcal{H} en tenant compte de toutes les n contraintes séparément. Le principe est de décomposer les contraintes du CSP en un ensemble de contraintes élémentaires. Une contrainte élémentaire ne contient qu'une opération arithmétique telle que $\{+, -, *, /\}$ entre deux variables ou une fonction élémentaire comme $\{exp, log, \dots\}$ appliquée sur une seule variable. Un ensemble de variables intermédiaires est alors introduit. La contraction propagation-rétropropagation permet de choisir les contraintes primitives utilisées dans un ordre optimal afin de maximiser la contraction obtenue.

Exemple 11 : On considère la contrainte $x_3 = x_1 x_2^2$ avec les domaines initiaux $[x_1] = [2, 6]$, $[x_2] = [1, 2]$ et $[x_3] = [1, 5]$. La contrainte n'est pas primitive car une opération

arithmétique et une fonction élémentaire sont à la fois impliquées. Elle peut donc être décomposée en deux contraintes primitives en introduisant une variable intermédiaire comme suit :

$$\begin{cases} a_1 &= x_2^2 \\ x_3 &= a_1 x_1 \end{cases} \quad (3.71)$$

Le domaine initial de a_1 est $[a_1] = [0, +\infty]$. L'algorithme de propagation forward-backward alterne deux phases :

Dans l'étape de propagation, les domaines initiaux de a et x_3 sont réduits en utilisant (3.71) :

$$\begin{aligned} [a_1] \leftarrow [a_1] \cap [x_2]^2 &= [0, +\infty] \cap [1, 4] \\ &= [1, 4] \\ [x_3] \leftarrow [x_3] \cap [a_1] \cdot [x_1] &= [1, 5] \cap [1, 4] \cdot [2, 6] \\ &= [1, 5] \cap [2, 24] \\ &= [2, 5] \end{aligned}$$

Dans l'étape de rétropropagation, les domaines associés à toutes les variables sont actualisés :

$$\begin{aligned} [x_1] \leftarrow [x_1] \cap [x_3] / [a_1] &= [2, 6] \cap [2, 5] / [1, 4] \\ &= [2, 6] \cap [1/2, 5] \\ &= [2, 5] \\ [a_1] \leftarrow [a_1] \cap [x_3] / [x_1] &= [1, 4] \cap [2, 5] / [2, 5] \\ &= [1, 4] \cap [2/5, 5/2] \\ &= [1, 5/2] \\ [x_2] \leftarrow [x_2] \cap [\sqrt{a_1}] &= [1, 2] \cap [1, \sqrt{5/2}] \\ &= [1, \sqrt{5/2}] \end{aligned}$$

Après un seul cycle de propagation-rétropropagation, les domaines des variables sont donc réduits à $[x_1] = [2, 5]$, $[x_2] = [1, \sqrt{5/2}]$ et $[x_3] = [2, 5]$. ■

3.4 Contracteur robuste pour l'estimation d'état

3.4.1 Principe

Dans cette partie, on présente une méthode ensembliste d'estimation d'état basée sur le contracteur de propagation-rétropropagation. Pour cela, on considère le système dynamique à temps discret suivant :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= f(x_k) \\ z_{k+1} &= g(x_{k+1}) \end{cases}, k = 1, \dots, n \quad (3.72)$$

où :

- $x_k \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
- $z_k \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'observation,
- $f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ et $g : \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}^m$, sont deux fonctions éventuellement non linéaires.

Deux types d'estimateurs ensemblistes peuvent être considérés : estimateur causal, dont l'estimation de l'état à l'instant k peut être basée seulement sur les mesures de la sortie jusqu'à l'instant k , et un estimateur non causal dont toutes les mesures de la sortie sont disponibles dès le début. L'estimation en ligne ne peut utiliser que les estimateurs de type causal. Cependant, l'estimation hors ligne nous permet d'utiliser les estimateurs de type non causal et de profiter des mesures disponibles à chaque instant, [Jaulin \[2001\]](#).

Estimateur causal A un instant donné k , l'ensemble de toutes les variables est :

$$\xi_k = \{x_0, \dots, x_k, y_1, \dots, z_k\} \quad (3.73)$$

Dans le cadre à erreurs bornées, l'état initial x_0 est supposé contenu dans un pavé $[x_0]$ et à chaque instant k , les mesures $\{z_1, \dots, z_k\}$ sont supposés appartenir aux pavés $\{[Z_1], \dots, [Z_k]\}$. Puisque l'on ne dispose pas d'informations préalables sur les états $\{x_1, \dots, x_k\}$, ceux-ci sont supposés contenus dans les pavés $\{[X_1], \dots, [X_k]\}$ tels que $[X_i] =]-\infty, +\infty[$ pour tout $i \in \{1, \dots, k\}$. Deux fonctions d'inclusion $[f]$ et $[g]$ de f et g seront utilisées puisque l'image de x_k par f et par g n'est pas nécessairement un pavé intervalle.

L'ensemble de contraintes impliquées est donné par :

$$\mathcal{C} = \{x_i = f(x_i); i = 1, \dots, k\} \cup \{z_i = g(x_i); i = 1, \dots, k\} \quad (3.74)$$

Le graphe correspondant au modèle d'état (3.72) est donné par la Figure 3.12.

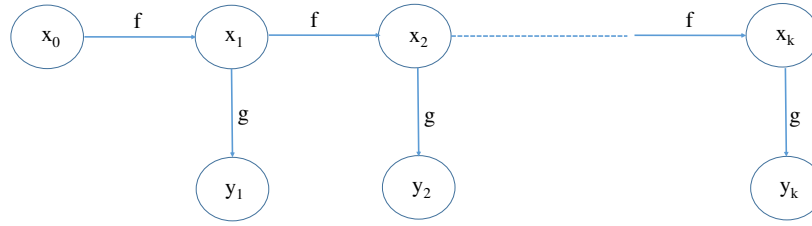


FIGURE 3.12 – Graphe associé au modèle d'état (3.72)

Le contracteur de propagation-rétropropagation appliqué au graphe, donné par la Figure 3.12, calcule un domaine admissible de x_k représenté par le pavé $[X_k]$. Ceci est donné par l'algorithme RCSE (Recursive Causal State Estimation), voir Algorithme 2 [Jaulin [2001]].

Algorithme 2 RCSE (Entrées : $[X_0]$; Sorties : $[[X_1], \dots, [X_k]]$)

- 1: Lire le pavé qui contient l'état initial $[X_0]$
 - 2: $k = 1$
 - 3: $X_k \leftarrow [-\infty, +\infty]$
 - 4: **Pour** i de 1 à k **Faire**
 - 5: Lire le pavé d'observation $[Z_i]$
 - 6: $[X_i] \leftarrow [f] [X_{i-1}] \cap [g]^{-1} ([Z_i])$
 - 7: **Fin**
-

La Figure 3.13 illustre un pas d'itération de l'algorithme RCSE. A l'instant $k - 1$, le pavé $[X_{k-1}]$ contient l'état x_k . Le pavé de prédiction englobant l'état prédit, qui contient toutes les valeurs possibles de l'état à l'instant k , est donné par $[f] ([X_{k-1}])$. Quand une mesure est disponible à l'instant k , $[g]^{-1} ([Z_k])$ contient toutes les valeurs d'état qui peuvent être cohérents avec la mesure Z_k . Ainsi, à chaque instant x_k appartient à l'ensemble affiné $[f] [X_{i-1}] \cap [g]^{-1} ([Z_i])$.

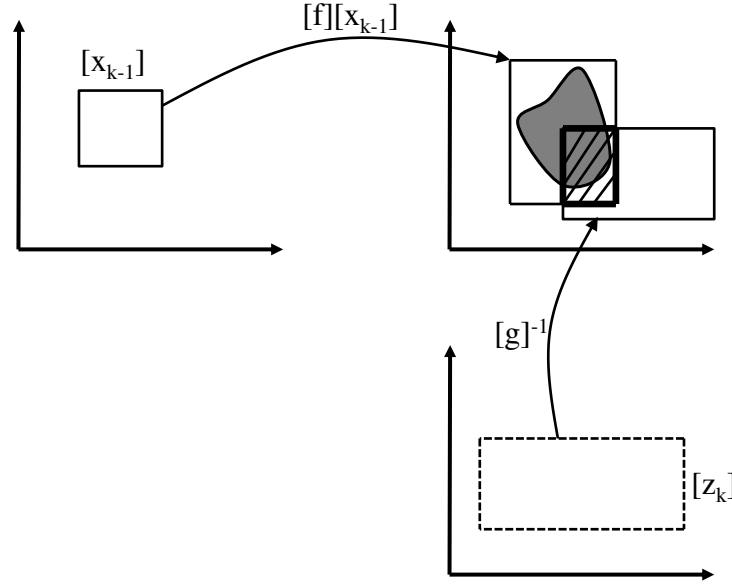


FIGURE 3.13 – Principe de l'estimateur récursif causal d'état RCSE pour une seule itération

Estimateur non causal On suppose que toutes les mesures $z_i, i \in \{1, \dots, k\}$ sont disponibles et sont contenues dans les domaines initiaux Z_i . Le contracteur de propagation-rétropropagation permet d'obtenir tous les domaines admissibles a posteriori qui sont cohérents avec les informations antérieures. L'algorithme NCSE (NCSE : Non Causal State Estimation), Algorithme 3 [Jaulin [2001]], décrit cette procédure.

Algorithme 3 NCSE (Entrées : $[X_0], [Z_1], \dots, [Z_k]$; Sorties : $[[X_1], \dots, [X_k]]$)

- 1: Lire le pavé qui contient l'état initial $[X_0]$
 - 2: Lire les pavés d'observations $[Z_1], \dots, [Z_k]$
 - 3: $X_k \leftarrow]-\infty, +\infty[$
 - 4: **Tant que** au moins un domaine d'une variable est réduit **faire**
 - 5: % Étape de propagation%
 - 6: **Pour** i de 1 à k **Faire**
 - 7: $[X_i] \leftarrow [f][X_{i-1}] \cap [g]^{-1}([Z_i])$
 - 8: % Étape de rétropropagation%
 - 9: **Pour** i de k à 1 **Faire**
 - 10: $[Z_i] = [g]([X_i]) ; [X_{i-1}] = [f][X_{i-1}] \cap [f]^{-1}([X_i])$
 - 11: **Fin**
-

Lors de l'étape de correction $[f][X_{i-1}] \cap [g]^{-1}([Z_i])$ il s'avère qu'on peut obtenir une intersection vide. Cela peut être dû au mauvais choix du modèle, de l'ensemble $[X_0]$ contenant l'état initial ou des bornes sur les bruits. Dans notre travail on traite le cas de

présence des données aberrantes afin d'obtenir l'ensemble d'état admissible et robuste. Pour cela, on propose l'utilisation de la *q-relaxed intersection* qui s'avère appropriée pour la détection des données aberrantes [Jaulin [2009]].

3.4.2 Intersection *q*-relaxée

Cette méthode consiste à tolérer un certain nombre q de données aberrantes parmi m mesures. L'ensemble solution est celui qui est compatible avec les $m - q$ mesures restantes. De ce fait, si une mesure est incohérente avec les autres mesures, elle sera identifiée comme aberrante et elle sera exclue de l'ensemble solution [Jaulin [2009]]-[Drevelle and Bonnifait [2010]]-[Drevelle and Bonnifait [2011]]. L'intersection *q-relaxée* de m ensembles $X_1, \dots, X_m \subset \mathbb{R}^n$ est notée $X^{\{q\}} = \bigcap^{\{q\}} X_i$. Cette approche, illustrée dans la Figure 3.14, est adoptée en considérant l'hypothèse suivante :

Hypothèse du nombre minimal des données aberrantes (MNO) : les mesures peuvent contenir des données aberrantes. Mais sur une fenêtre de l instants, on ne peut pas avoir plus de q données aberrantes [Jaulin [2009]].

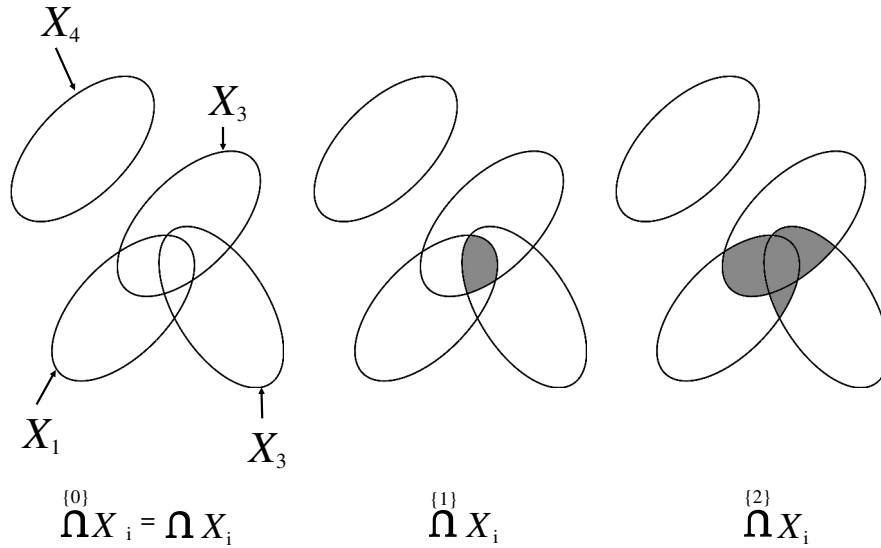


FIGURE 3.14 – Intersection *q*-relaxée de quatre ensembles pour $q \in \{0, 1, 2\}$

L'algorithme 4 décrit l'estimateur causal robuste pour l'estimation d'état ou RRCSE (Robust Recursive Causal State Estimation) basé sur l'intersection *q*-relaxée.

Le nombre minimal de données aberrantes q est déterminé par l'algorithme GOMNE (Guaranteed Outlier Minimal Number Estimator), [Kieffer et al. [2000]]-[Jaulin et al. [1996]]. Cet algorithme (Algorithme 6) calcule une solution en incrémentant q à partir de 0. Quand une solution non vide est obtenue durant l'intersection, q_{min} est retourné comme le nombre minimal de données aberrantes.

Algorithme 4 RRCSE (Entrées : $[X_0]$; Sorties : $[[X_1], \dots, [X_k]]$)

- 1: Lire le pavé qui contient l'état initial $[X_0]$
 - 2: $k = 1$
 - 3: $X_k \leftarrow [-\infty, +\infty]$
 - 4: **Pour** i de 1 à k **Faire**
 - 5: Lire le pavé d'observation $[Z_i]$
 - 6: $[X_i] \leftarrow [f] [X_{i-1}] \overset{\{q\}}{\cap} [g]^{-1} ([Z_i])$
 - 7: **Fin**
-

Algorithme 5 GOMNE (Entrées : $[X_0]$; Sorties : $[[X_1], \dots, [X_k]], q$)

- 1: $q = 0$
 - 2: **Tant que** $[X_k] = \emptyset$ **répéter**
 - 3: $q = q + 1$
 - 4: RRCSE ($[X_0]$; $[[X_1], \dots, [X_k]]$)
 - 5: **Jusqu'à** $[X_k] \neq \emptyset$
-

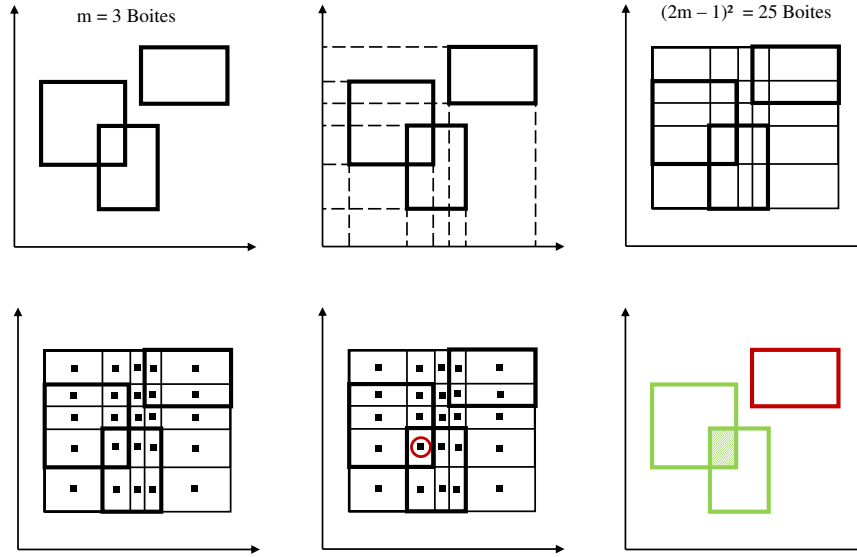
Le calcul de l'intersection q -relaxée est de complexité exponentielle en fonction du nombre et de la dimension de mesures, ce qui complique sa mise en pratique sur des problèmes réels. Deux méthodes, basées sur l'analyse par intervalles, sont proposées par [Jaulin [2009]]-[Jaulin [2011]] pour réduire la complexité du problème et la rendre polynomiale en fonction du nombre des boîtes à intersecter. Ces deux approches sont décrites par la suite.

3.4.3 Calcul de la solution q -relaxée

Première méthode La Figure 3.16 illustre l'application de la première méthode de calcul de la solution q -relaxée entre $m = 3$ boîtes, [Jaulin [2009]].

- Premièrement, les sommets des boîtes sont projetés sur les axes x et y .
- Ensuite, on construit un pavage en utilisant deux sommets consécutifs sur l'axe des x et deux sommets consécutifs sur l'axe des y . Le pavage obtenu comprend $(2m - 1)^2 = 25$ boîtes.
- Puis on affecte à chaque boîte un centre.

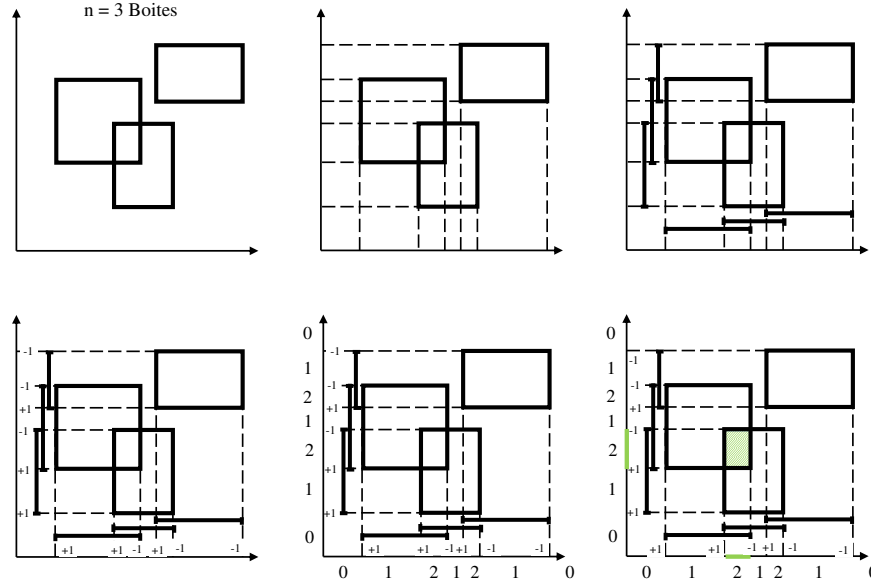
- Un test d'inclusion est effectué par la suite qui consiste à chercher le centre appartenant à $m - q$ boîtes. Dans ce cas, une solution non vide est obtenue pour $q = 1$.
- L'ensemble ne contenant pas ce centre est considéré comme une donnée aberrante. La complexité de cette méthode est $O(m^n)$, avec n est la dimension des boîtes.


FIGURE 3.15 – Calcul de la solution q -relaxée : première méthode

Deuxième méthode Dans l'exemple ci-dessous, on détaille une autre méthode pour le calcul de la solution q -relaxée entre 3 boîtes [Jaulin [2011]], [Drevelle [2011]].

- Les sommets sont projetés sur les deux axes.
- On obtient sur chaque axe m intervalles. Une liste de bornes est ainsi créée sur les deux axes.
- On associe une étiquette à chaque borne : une étiquette $+1$ pour les bornes inférieures et étiquette -1 pour les bornes supérieures. On obtient n listes (ici $n = 2$) triées de bornes inférieures et supérieures étiquetées respectivement $+1$ et -1 .
- Un compteur de bornes est initialisé à 0 pour chaque axe. Le compteur est incrémenté chaque fois qu'une borne inférieure est rencontrée, et est décrémenté chaque fois qu'une borne supérieur est rencontrée.

- On cherche sur chaque axe l'intervalle durant lequel le compteur atteint la valeur m sinon on incrémente q (q est initialisé à $q = 0$) et on cherche l'intervalle pour lequel le compteur atteint pour la première fois la valeur $m - q$. la complexité de cette méthode est $O(n.m.\log(m))$.

FIGURE 3.16 – Calcul de la solution q -relaxée : deuxième méthode

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode ensembliste à erreurs bornées basée sur l'analyse par intervalles pour l'estimation d'état. L'algorithme utilise le contracteur de propagation-rétropropagation pour résoudre le problème d'estimation d'état formulé comme un problème de satisfaction de contraintes. La méthode est robuste par rapport aux données aberrantes en utilisant l'intersection q -relaxée.

Dans le chapitre suivant, nous allons appliquer la méthode d'estimation robuste par intervalles au problème de localisation de personnes dans un smarthome.

Chapitre 4

Localisation intérieure robuste d'une cible mobile unique

Sommaire

4.1 Introduction	69
4.2 Configuration matérielle	71
4.2.1 Le Living Lab	71
4.2.2 Zonage de l'espace du Living Lab	72
4.3 Approche ensembliste pour la localisation en intérieure	75
4.3.1 Formulation mathématique	75
4.3.2 Modèle de mobilité	76
4.3.3 Modèle d'observation	77
4.3.4 Algorithme proposé	83
4.4 Résultats expérimentaux	88
4.4.1 Scénario 1	89
4.4.2 Scénario 2	90
4.4.3 Scénario 3	93
4.5 Application pour la détection et l'identification de défauts de capteurs	95
4.5.1 Détection et isolation de défauts de capteurs	95
4.5.2 Approche ensembliste pour la détection et l'identification de défauts	97
4.5.3 Résultats expérimentaux	102
4.6 Conclusion	105

4.1 Introduction

Les systèmes de localisation intérieure sont utilisés dans différentes applications des réseaux de capteurs telles que le suivi et la supervision [Fleury et al. [2008]], [Tahir et al. [2009]]. La structure d'un système de positionnement intérieur dépend de la technologie de capteur utilisée. Les systèmes qui sont les plus employés sont basés sur la technologie Infrarouge (IR) du fait de leur faible coût.

Active Badge [Want et al. [1992]] fut le premier système à utiliser des capteurs infrarouges pour localiser une cible dans un bâtiment. Un badge transmet périodiquement un signal infrarouge qui sera détecté par un récepteur installé dans chaque chambre. L'information reçue par ces capteurs est enregistrée dans un serveur centralisé et sera utilisée pour localiser le badge actif suivi, [Karl and Willig [2007]], [Gu et al. [2009]].

D'autres systèmes utilisant des capteurs pyroélectriques infrarouges (PIR) furent, par la suite, développés pour le suivi de cibles. Dans [Hao et al. [2006]], un système est composé de 3 modules : un module de détection, un module de synchronisation et de filtrage et un module de fusion de données. Le champ de détection des capteurs est modifié selon la position des lentilles de Fresnel. Une telle configuration permet aux capteurs PIR de détecter le déplacement angulaire de la cible en mouvement.

La même stratégie a été employée dans [Hao et al. [2009]]. Le système proposé a été introduit pour localiser plusieurs personnes. Le système de suivi, combiné avec un estimateur Bayésien, se compose de 3 étapes : détection de mouvement, localisation d'objet et prédiction de mouvement.

Un autre système de localisation intérieure a été proposé dans [Kim et al. [2009]]. Une matrice de capteurs pyroélectriques est installée au plafond de chaque chambre qui est considérée comme une cellule dans une maison intelligente. Les capteurs PIR détectent le résident en mouvement et transmettent ces informations au local technique via un réseau local. Les informations reçues des différents capteurs appartenant à une cellule sont intégrées dans le local technique qui fournit la position du résident avec une certaine précision. L'algorithme utilisé pour localiser le résident est basé sur un classificateur Bayésien. La sortie de ces capteurs PIR est caractérisée par l'amplitude et la variation de la tension observée. Ce qui permet d'obtenir 3 classes : l'intérieur, la limite et l'extérieur d'une zone de détection. Le classificateur Bayésien calcule ensuite la probabilité qu'un vecteur de caractéristiques appartienne à une classe et sélectionne la classe ayant le maximum a posteriori.

Dans [Tahir et al. [2009]], des capteurs PIR sont utilisés par paire pour le suivi de personnes. En effet, le déphasage entre les réponses des deux PIR est utilisé pour préciser

le sens de déplacement et estimer la vitesse de l'entité en mouvement.

Dans [Zappi et al. [2010]], un ensemble de capteurs PIR est utilisé pour suivre des personnes dans un couloir. Un groupe est composé de deux capteurs PIR l'un en face de l'autre pouvant détecter, ainsi, le sens de mouvement et classant la position de la personne selon 3 régions possibles : à proximité d'un capteur, au centre et à proximité de l'autre capteur. Ces caractéristiques sont transférées au noeud principal qui utilise un classificateur pour estimer localement la position de la personne. Le système principal qui reçoit les positions locales de chaque noeud est capable de suivre la personne dans tout le milieu.

Cependant, l'utilisation des capteurs infrarouges présente certains inconvénients, essentiellement sa sensibilité aux rayons du soleil et à la fluorescence. Ce problème a motivé l'intégration en parallèle d'autres modalités de détection.

Un système de localisation combinant des capteurs infrarouges et radiofréquences (RF) a ainsi été introduit dans [Luo et al. [2012]], [Luo and Chen [2013]], pour améliorer l'information sur la position des personnes/robots et traiter le cas de plusieurs cibles. Une méthode de triangulation combinée avec la Borne de Cramer-Rao (CRB) a été réalisée pour estimer la région la plus probable où se situe la cible. En effet, la région de localisation est obtenue lorsque la covariance de l'estimateur atteint la borne de Cramer-Rao. La fusion de données a été réalisée en utilisant une approche bayésienne.

Dans [Noury et al. [2012]], le suivi des activités journalières des personnes âgées a été assuré par des capteurs infrarouges combinés avec des capteurs cinématiques pouvant détecter la personne en marche. Dans [Danancher et al. [2013b]], des capteurs de différentes modalités ont été utilisés tels que les détecteurs de mouvement, les capteurs de pression et des capteurs donnant des informations binaires, à partir d'un certain seuil, sur la consommation d'électricité et débit d'eau. L'algorithme de localisation intérieure est basé sur un estimateur d'état capable de donner la position de l'habitant en temps réel dans son appartement.

Notre travail entre dans le même cadre que [Luo et al. [2012]], [Luo and Chen [2013]]. L'objectif est d'estimer un état qui correspond à la zone de localisation intérieure en utilisant différentes modalités de détection. On peut ainsi voir la localisation en intérieur comme un problème ensembliste visant à déterminer, à partir de mesures de différentes modalités, la zone dans laquelle le résident peut se trouver. Les travaux de [Jaulin et al. [2002]]-[Meizel et al. [2002]] ont montré que les méthodes ensemblistes sont bien adaptées aux problèmes de robotique mobile. De plus, on suppose que les mesures issues des différents capteurs sont soumises à des bruits inconnus mais bornés. Dans ce contexte à erreurs bornée, les méthodes ensemblistes permettent le calcul d'une solution garantie.

On montre, dans ce chapitre, une méthode ensembliste, basée sur l'analyse par intervalles, pour résoudre le problème de localisation d'une personne ou d'un robot en intérieur. Notre méthode est capable de reconstruire des zones de localisation où la cible peut se trouver tout en détectant les données aberrantes [Amri et al. [2015b]].

4.2 Configuration matérielle

Dans le cadre du projet FUI 14 FEDER Collectivités E-monitor'âge, nous avons été amenés à concevoir et installer un réseau de capteurs non intrusifs dans le Living Lab (GIS MADONAH) de l'EHPAD Bellevue de Bourges. Cette configuration et installation matérielle est décrite dans les paragraphes suivants.

4.2.1 Le Living Lab

Le Living Lab, 'GIS MADONAH', est un appartement de 40 m^2 dans la maison de retraite Bellevue de Bourges (France). L'appartement est partiellement configuré comme une chambre conventionnelle d'une maison de retraite. Il est composé d'une chambre à coucher, d'un couloir et d'une salle de bain.

Nous avons équipé le Living Lab d'un ensemble de capteurs infrarouges PIR. La portée de chaque capteur est de $6\text{ m} \times 4\text{ m}$ et le champ de détection dépend de l'emplacement du capteur dans l'appartement, Figure 4.1.

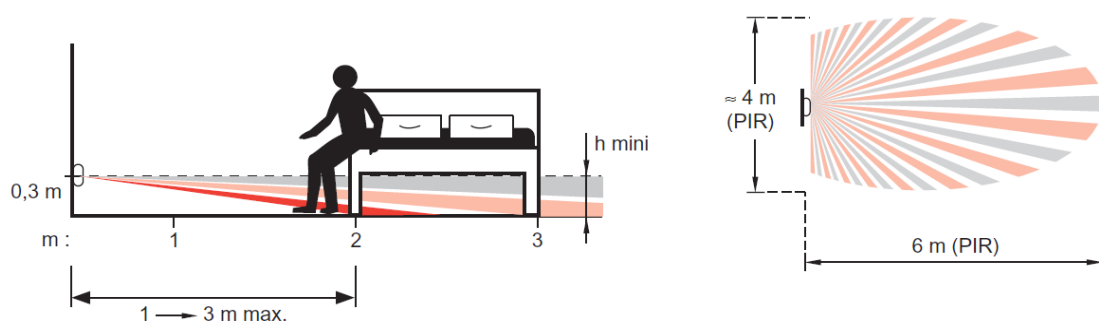
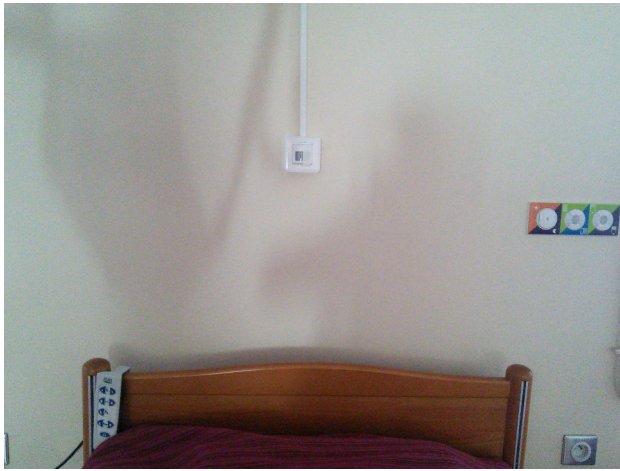


FIGURE 4.1 – Caractéristiques techniques du capteur PIR

Pour pouvoir détecter le mouvement de la personne dans toute la chambre et avoir une redondance d'informations sur les mesures de type infrarouge, les capteurs sont installés sur le côté mur de la chambre, au dessus du lit et au niveau du couloir, Figure 4.2. La répartition est faite sur deux niveaux : haut (à 1.4 m de hauteur par rapport au sol) et bas (à 0.2 m de hauteur par rapport au sol) afin de détecter des éventuelles situations

de détresse telles que la chute.



(a) Capteur PIR installé au dessus du lit



(b) Capteurs PIR installés au niveau du couloir



(c) Capteurs PIR installés au niveau de la chambre

FIGURE 4.2 – Installation des capteurs dans le Living Lab

4.2.2 Zonage de l'espace du Living Lab

Puisque la portée des capteurs est trop grande, les lentilles de Fresnel ont été partiellement occultées afin d'obtenir un zonage de l'espace (Figure 4.3). Chaque zone est couverte par un ensemble bien déterminé de capteurs (Figure 4.4).

Généralement, les capteurs requis dans un habitat intelligent sont non portés et non intrusifs. D'où l'utilisation des capteurs infrarouges dans cette étude. Les données issues

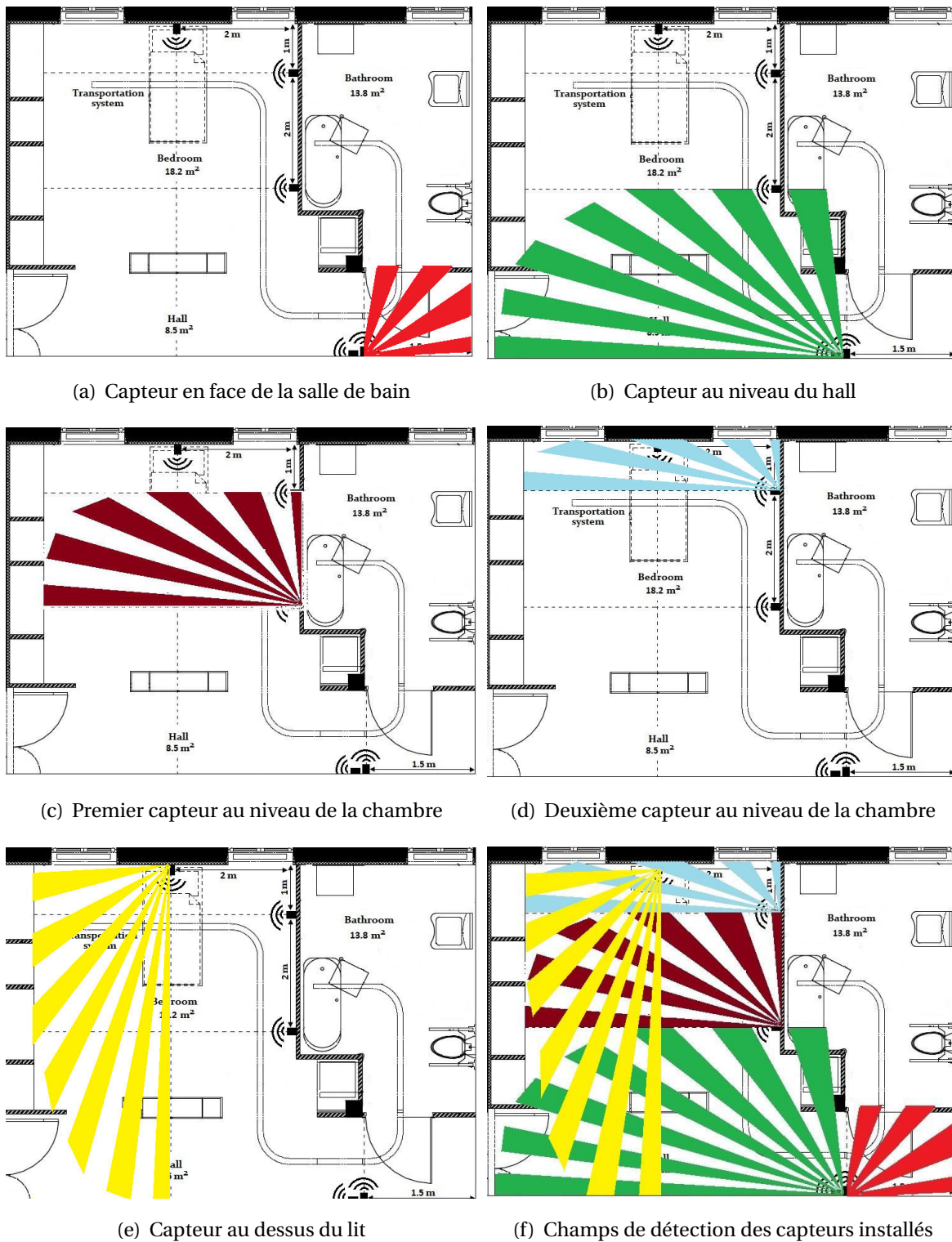


FIGURE 4.3 – Champ de détection de chaque capteur PIR installé

des différents capteurs sont recueillies via un protocole de communication KNX mis aux normes internationales ISO/IEC 14543-3 Home Electronic Systems. Un logiciel de base de données ETS (Engineering Tool Software) est utilisé pour fournir les données des capteurs. Les mesures sont acquises à chaque seconde. Une base de données expérimentale, utilisant des capteurs infrarouges, est de ce fait fournie pour appliquer et valider notre

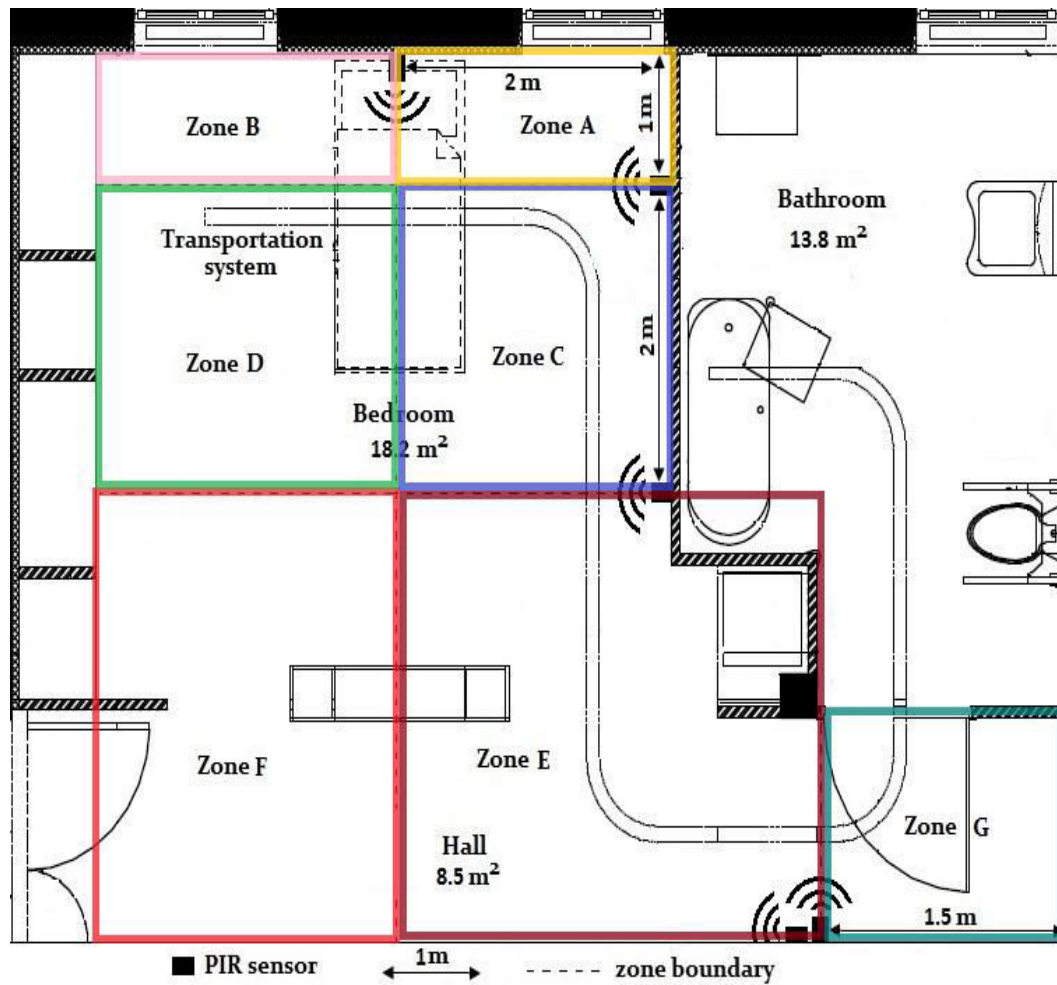


FIGURE 4.4 – Zonage de l'espace obtenu A→G

algorithme.

Des données théoriques telles que les mesures de distances et sonores seront ajoutées à la base de données expérimentales afin d'améliorer la précision des zones de localisation obtenues et montrer l'applicabilité de notre algorithme pour la fusion de données multimodales.

4.3 Approche ensembliste pour la localisation en intérieure

4.3.1 Formulation mathématique

Le modèle du système de localisation en intérieur peut être décrit comme suit :

$$c_{k+1} = (p(z_{k+1}) \wedge (f_1(c_k) + \omega_{1k})) \vee (\neg p(z_{k+1}) \wedge (f_2(c_k) + \omega_{2k})) \quad (4.1a)$$

$$z_{k+1} = h(c_{k+1}) + v_{k+1} \quad (4.1b)$$

où $c_k = (x_k, y_k) \in \mathbb{R}^2$ est le vecteur d'état, x_k et y_k sont respectivement les coordonnées sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées, $c_0 \in C_0$ est l'état initial et $z_{k+1} \in Z_k \subset \mathbb{R}^m$ est le vecteur de mesure, $f_i (\mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2)$, $i \in \{1, 2\}$, et $h (\mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^m)$ sont des fonctions non linéaires, $\omega_{ik} \in W_k \subset \mathbb{R}^2$ et $v_{k+1} \in V_k \subset \mathbb{R}^m$ sont respectivement les bruits de processus et de mesure, $C_0, W_k \subset \mathbb{R}^2$ et $Z_k, V_k \subset \mathbb{R}^m$ sont des ensembles convexes, $p(z_{k+1}) \in \{0, 1\}$, \wedge , \vee et \neg sont des opérateurs logiques désignant respectivement *et*, *ou* et la *négation*. Ce système est une classe de systèmes à commutation dont l'intérêt est de pouvoir tenir compte de deux états lors du déplacement d'une cible en intérieur : mouvement et immobilité. L'utilisation des capteurs infrarouges nous permet de distinguer ces deux états. En effet, ces capteurs, de type binaire, donnent en sortie la valeur "1" quand la cible est en mouvement et la valeur "0" quand la cible est immobile.

Dans le cadre ensembliste, l'étape de prédiction consiste à calculer, à l'instant k , l'ensemble de toutes les valeurs possibles du vecteur d'état, à partir de l'ensemble obtenu à l'instant $k - 1$ en utilisant le modèle dynamique (4.1a) et l'ensemble des bruits de processus W_k :

$$C_{k+1}^+ = (p(z_{k+1}) \wedge f_1(C_k)) \vee (\neg p(z_{k+1}) \wedge f_2(C_k)) + W_{k+1} \quad (4.2)$$

Durant l'étape de correction, les mesures sont utilisées pour mettre à jour l'état prédit :

$$C_{k+1}^- = h^{-1}(z_{k+1} + V_{k+1}) \quad (4.3)$$

L'ensemble admissible C_k représentant l'état estimé étant cohérent avec le modèle de prédiction, les mesures et les bornes sur les erreurs, il vient que :

$$C_{k+1} = C_{k+1}^+ \cap C_{k+1}^- \quad (4.4)$$

Lors de l'étape de correction il s'avère qu'on peut obtenir une intersection vide. Cela peut être dû au mauvais choix du modèle, de l'ensemble C_0 contenant l'état initial ou des bornes sur les bruits V_k et W_k . Dans notre travail, on traite le cas en présence de données aberrantes afin d'obtenir l'ensemble d'état admissible et robuste. Pour cela, on propose l'utilisation de la *q-relaxed intersection* qui s'avère appropriée pour la détection de ces données aberrantes.

4.3.2 Modèle de mobilité

Dans notre travail, nous utilisons un modèle de mobilité pouvant convenir à plusieurs applications. Un modèle de mobilité simple avec des hypothèses minimales est le modèle de la marche aléatoire, dans lequel une entité se déplace à partir de sa position actuelle vers une nouvelle position au hasard dans n'importe quelle direction $\theta \in [0, 2\pi]$ et avec une certaine vitesse $\|s\| \in [0, s_{max}]$, avec s_{max} étant connue, [Mourad et al. [2011a]]- [Mourad et al. [2011b]]. Ce modèle est donné par :

$$\begin{cases} x(t) = x(t - \Delta T) + \Delta T \cdot s(t) \cdot \cos(\theta) \\ y(t) = y(t - \Delta T) + \Delta T \cdot s(t) \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (4.5)$$

avec ΔT la période entre deux mesures, $x(t)$ et $y(t)$ sont les coordonnées de l'entité en mouvement à l'instant t . Connaissant la position de l'entité à l'instant $t - 1$, la contrainte de mobilité donnée par (4.5) est un disque, dont le rayon est s_{max} , donné par l'équation suivante :

$$(x(t) - x(t - \Delta T))^2 + (y(t) - y(t - \Delta T))^2 \leq (\Delta T \cdot s_{max})^2 \quad (4.6)$$

Dans le cas discret, le modèle (4.5) est donné par

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + \Delta T \cdot s_k \cdot \cos(\theta_k) \\ y_k = y_{k-1} + \Delta T \cdot s_k \cdot \sin(\theta_k) \end{cases} \quad (4.7)$$

En utilisant des PIRs on peut avoir une information sur l'immobilité de la personne car ces capteurs ne fournissent des mesures que si l'entité est en mouvement. Dans ce cas, le modèle de mobilité donné par (4.5) devient

$$\begin{cases} x(t) = x(t - \Delta T) \\ y(t) = y(t - \Delta T) \end{cases} \quad (4.8)$$

ou

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} \\ y_k = y_{k-1} \end{cases} \quad (4.9)$$

dans le cas discret. Ce modèle de mobilité correspond aux fonctions f_1 et f_2 définies en (4.1a), avec $f_1(c_k) = c_k + \Delta T s(k+1)$ et $f_2(c_k) = c_k$. La fonction logique $p(z_k)$ dépend de la vitesse s :

- si $s(k+1) \neq 0$, $p(z_{k+1}) = 1$ et (4.1a) $\Leftrightarrow c_{k+1} = c_k + \Delta T \cdot s(k+1) + \omega_{1k}$
- si $s(k+1) = 0$, $p(z_{k+1}) = 0$ et (4.1a) $\Leftrightarrow c_{k+1} = c_k$

avec $c_k = (x_k, y_k)^T$ et $s(k) = (\|s(k)\| \cdot \cos(\theta(k)), \|s(k)\| \cdot \sin(\theta(k)))^T$

Dans le cadre de l'estimation à erreur bornée, la position $c_k = (x_k, y_k)$ à l'instant k sera représentée par un pavé de \mathbb{R}^2 , noté $[c_k] = ([x_k], [y_k])^T$. Les informations supplémentaires telles que les mesures issues des différents capteurs seront utilisées pour contracter ce pavé obtenu à partir du modèle de mobilité.

4.3.3 Modèle d'observation

Le modèle d'observation nous permet, en nous basant sur l'analyse par intervalles, de fournir des pavés bidimensionnels représentant les mesures dans un contexte à erreurs bornées. Ces pavés seront utiles pour affiner la boîte générée par le modèle de mobilité. Le modèle d'observation est basé sur différentes modalités de détection. Dans la suite, on va décrire ces modalités de mesures par des boîtes intervalles pouvant améliorer la précision de la position estimée par le modèle de mobilité.

4.3.3.1 Détection de mouvement

La détection de mouvement est assurée par les capteurs infrarouges. Chaque capteur est activé lorsqu'une personne traverse son champ de détection. Cette zone de détection peut être décrite par un ensemble borné tel que'un pavé bidimensionnel (figure 4.5). Quand un capteur PIR est activé, la boîte représentant la zone de détection correspondante sera utilisée pour affiner la boîte précédemment générée par le modèle de mobilité.

Dans la Figure 4.5, on montre que la boîte intervalle représente une approximation du champ de détection du capteur PIR avec une certaine incertitude. Si le choix de l'incertitude est faux et la mesure est erronée, notre méthode robuste d'estimation d'état va détecter cette donnée aberrante et l'écarter de la liste de mesures.

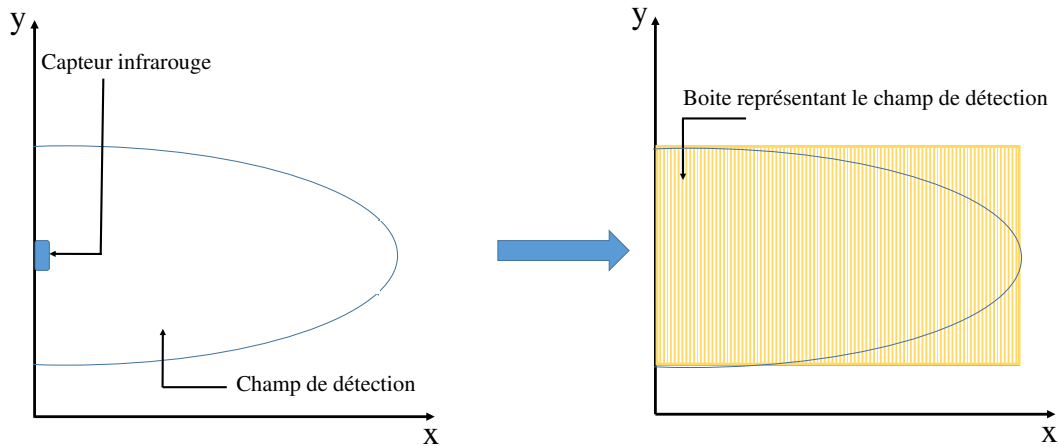


FIGURE 4.5 – Représentation du champ de détection d'un capteur infrarouge par un pavé

Généralement, on a recours à la redondance d'informations en utilisant plusieurs capteurs PIR pour améliorer la précision de la localisation. Ces capteurs partagent alors des zones de détection. Ainsi, quand la personne est en mouvement et traverse des zones de détection communes, plusieurs capteurs peuvent s'activer en même temps. Au final, on obtient, à chaque instant k , une liste de pavés de mesures, notée $[p_k]_{mes}$, à partir des informations de type infrarouge.

4.3.3.2 Mesure de distances

La mesure de distance peut être fournie en utilisant un système de radio-communication tel que des capteurs RFID ou UWB. Le principe de la méthode conventionnelle de localisation basée sur ce type d'informations consiste à estimer la position cartésienne d'une personne à partir de mesures de distances entre le récepteur en mouvement et les émetteurs de position connues. En supposant que les mesures sont fournies à partir de trois antennes ou émetteurs, le modèle d'observation s'écrit comme suit

$$\sqrt{(x - x_{E_i})^2 + (y - y_{E_i})^2} = d_{E_i}, \quad i = \{1, 2, 3\}, \quad (4.10)$$

où (x, y) sont les coordonnées de la position de la personne, (x_{E_i}, y_{E_i}) les coordonnées de l'émetteur i et d_{E_i} la distance mesurée entre la personne et l'émetteur i . La méthode conventionnelle consiste à obtenir la position de la personne en utilisant une triangulation : elle calcule la position en effectuant une intersection entre trois cercles dont les rayons sont les distances précédemment obtenues. Cependant, des données aberrantes et des erreurs de mesure peuvent se produire à cause d'interférences ou réflexions des signaux radio sur des murs. Dans un contexte ensembliste à erreur bornée, on suppose que les bruits d'observations sont inconnus mais avec des bornes connues. Sachant que l'erreur de mesure est bornée, $e \in [e_{min}, e_{max}]$, on peut déduire que $d_{E_i} \in [d_{E_i} + e_{min}, d_{E_i} + e_{max}]$. Ainsi, chaque mesure de distance restreint la position de la personne dans un anneau dont le centre est la position de l'émetteur concerné et dont les

rayons intérieur et extérieur sont $d_{E_i} + e_{min}$ et $d_{E_i} + e_{max}$. La position de la personne est alors contenue dans un ensemble, d'une forme quelconque, résultant de l'intersection des trois anneaux, Figure 4.6.

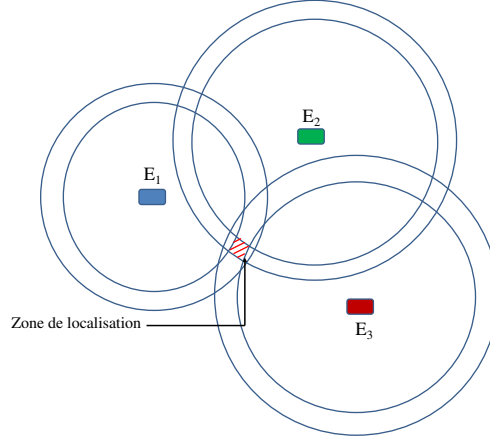


FIGURE 4.6 – Ensemble solution englobant la position de la personne résultant de l'intersection de trois anneaux

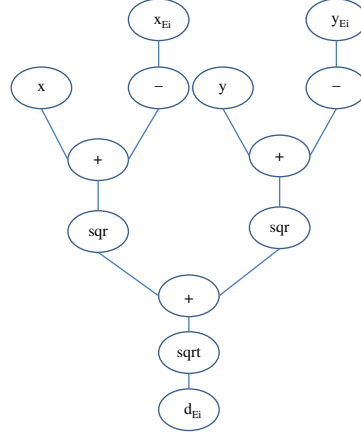
Dans le cadre de l'analyse par intervalles, cette solution est englobée par un pavé. Le problème de localisation à partir des mesures de distance peut ainsi être formulé comme un CSP et être résolu en utilisant un contracteur forward-backward $C_{\downarrow\uparrow}$. La contrainte associée à un émetteur i s'écrit à partir du modèle d'observation (4.10) :

$$d_{E_i} = \sqrt{(x - x_{E_i})^2 + (y - y_{E_i})^2}, \quad (4.11)$$

Le principe du contracteur de propagation rétropropagation est de décomposer cette contrainte en contraintes primitives en utilisant des variables intermédiaires comme suit :

$$\begin{aligned} c_1 &\leftarrow -x_{E_i} \\ c_2 &\leftarrow x + c_1 \\ c_3 &\leftarrow c_2^2 \\ c_4 &\leftarrow -y_{E_i} \\ c_5 &\leftarrow y + c_4 \\ c_6 &\leftarrow c_5^2 \\ c_7 &\leftarrow c_3 + c_6 \\ d_{E_i} &\leftarrow \sqrt{c_7} \end{aligned} \quad (4.12)$$

La décomposition en contraintes primitive associé à un émetteur i est donné par la Figure 4.7.

FIGURE 4.7 – Graphe de décomposition en contraintes primitives associé à un émetteur i

Les domaines initiaux associés aux variables intermédiaires $\{c_1, \dots, c_8\}$ sont $[-\infty, +\infty]$. L'algorithme 6 de contraction par propagation-rétropropagation décrit les étapes de réduction du pavé initial $([x_{init}], [y_{init}])$, qui correspond à toute la zone où se déplace la personne, en utilisant un seul émetteur i .

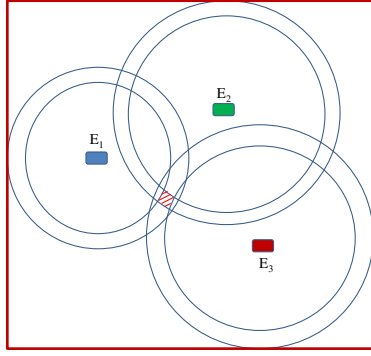
Algorithme 6 ContE (Entrées : $[x], [y], x_{E_i}, y_{E_i}, d_{E_i}$; Sorties : $[x], [y]$)

- 1: Lire l'observation d_{E_i} et son erreur. Dédire $[d_{E_i}]$
 - 2: $c_i \leftarrow [-\infty, +\infty]$ pour $i = \{1, \dots, 7\}$
 - 3: *% Étape de propagation%*
 - 4: $[c_1] \leftarrow -x_{E_i}$
 - 5: $[c_2] \leftarrow [x] + [c_1]$
 - 6: $[c_3] \leftarrow [c_2]^2$
 - 7: $[c_4] \leftarrow -y_{E_i}$
 - 8: $[c_5] \leftarrow [y] + [c_4]$
 - 9: $[c_6] \leftarrow [c_5]^2$
 - 10: $[c_7] \leftarrow [c_3] + [c_6]$
 - 11: $[\sqrt{c_7}] \leftarrow [y] \cap [d_{E_i}]$
 - 12: *% Étape de rétropropagation%*
 - 13: $[c_7] \leftarrow [d_{E_i}]^2 \cap [c_7]$
 - 14: $[c_6] \leftarrow ([c_7] - [c_3]) \cap [c_6]$
 - 15: $[c_3] \leftarrow ([c_7] - [c_6]) \cap [c_3]$
 - 16: $[c_5] \leftarrow (\sqrt{[c_6]}) \cap [c_5]$
 - 17: $[y] \leftarrow ([c_5] - [c_4]) \cap [y]$
 - 18: $[c_4] \leftarrow ([c_5] - [y]) \cap [c_4]$
 - 19: $[c_2] \leftarrow (\sqrt{[c_3]}) \cap [c_2]$
 - 20: $[x] \leftarrow ([c_2] - [c_1]) \cap [x]$
 - 21: $[c_1] \leftarrow ([c_2] - [x]) \cap [c_1]$
 - 22: **Fin**
-

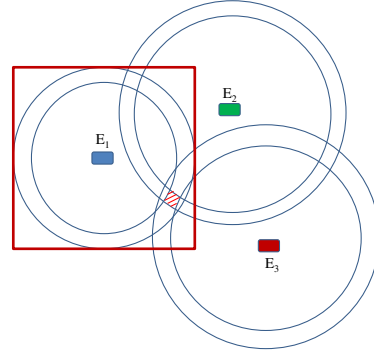
Pour obtenir le pavé solution qui englobe la position de la personne à partir des trois distances d_{E_i} , il faut appliquer l'Algorithme 6 successivement aux trois contraintes associées aux trois émetteurs. Les entrées et les sorties de ces contracteurs sont définies par l'Algorithme 7. Cet algorithme est exécuté en plusieurs cycles jusqu'à ce qu'aucune contraction ne devienne possible. La Figure 4.8 illustre le premier cycle des étapes de l'Algorithme 7.

Algorithme 7 *ContDistance* (Entrées : $[x_{init}], [y_{init}]$; Sorties : $[x], [y]$)

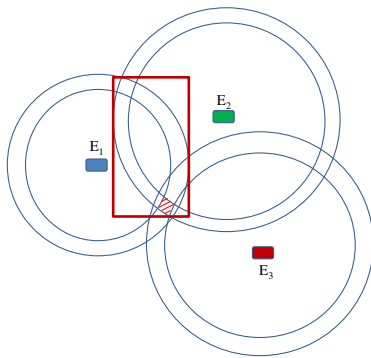
- 1: **Tant que** au moins un domaine d'une variable est réduit **faire**
 - 2: ContE ($[x_{init}], [y_{init}], x_{E_1}, y_{E_1}, d_{E_1}; [x_1], [y_1]$)
 - 3: ContE ($[x_1], [y_1], x_{E_2}, y_{E_2}, d_{E_2}; [x_2], [y_2]$)
 - 4: ContE ($[x_2], [y_2], x_{E_3}, y_{E_3}, d_{E_3}; [x], [y]$)
 - 5: **Fin**
-



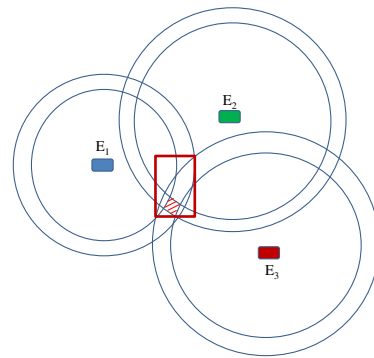
(a) Pavé initial



(b) Réduction du pavé en utilisant le contracteur associé à l'émetteur 1



(c) Réduction du pavé en utilisant le contracteur associé à l'émetteur 2



(d) Réduction du pavé en utilisant le contracteur associé à l'émetteur 3

FIGURE 4.8 – Premier cycle de l'algorithme 7

La boîte ainsi obtenue en utilisant les mesures de distance sera rajoutée à la liste de boîtes déjà obtenue, $[p_k]_{mes}$, avec les mesures infrarouges afin d'exploiter l'aspect multi-modal des observations.

4.3.3.3 Mesure de son

Le capteur sonore fournit des classes de sons qui dépendent de plusieurs événements. Le tableau 4.1 illustre les différentes classes sonores possibles dans le cadre de la localisation de personnes en intérieur. Ce type de mesure peut être perçu comme une information supplémentaire qui aide à améliorer la précision de la zone de localisation où la personne peut se trouver.

TABLEAU 4.1 – Classes sonores

Classe sonore	Événement
1	Claquement de porte
2	Rasoir électrique
3	Ronflement
4	Écoulement d'eau
5	Bruit de vaisselles
6	Parole

La Figure 4.9 illustre la représentation par pavés de la détection d'un événement de classe sonore 1. Dans cet exemple, le claquement de porte est interprété comme la présence de la personne devant la porte du couloir ou la porte d'entrée ou sortie de la salle de bain. Cet événement engendre la représentation de l'événement par trois boîtes qui s'ajoute à la liste des boîtes de mesure, $[c_k]_{mes}$. Notre méthode d'estimation d'état robuste tiendra compte d'un seul pavé, parmi les trois engendrés, qui est cohérent avec les autres mesures de modalité différente. Les deux autres pavés seront considérés comme données aberrantes et éliminés de la liste de boîtes d'observation, $[c_k]_{mes}$.

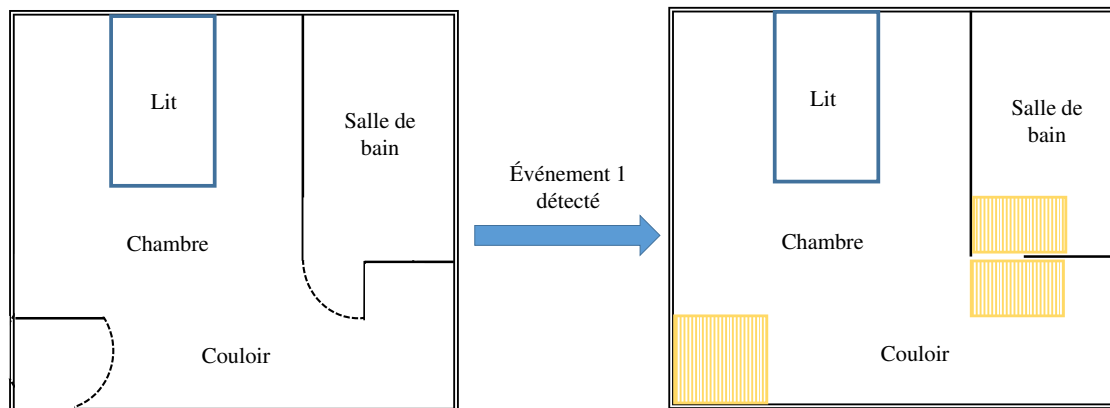


FIGURE 4.9 – Interprétation de l'événement 1 détecté et sa représentation par des pavés de mesure

4.3.4 Algorithme proposé

Le problème de localisation en intérieur consiste à trouver la position $c_{k+1} = (x_{k+1}, y_{k+1})$ de la personne à l'instant $k + 1$ (avec x_{k+1} et y_{k+1} les coordonnées cartésiennes planaires sur les axes x et y), à partir de la position $c_k = (x_k, y_k)$ à l'instant précédent k et à l'aide des mesures issues des différents capteurs. Dans le cadre de l'estimation d'état ensembliste à erreur bornée, le problème se résume à trouver la zone de localisation qui englobe c_{k+1} avec une certaine précision. Cette zone de localisation correspond à l'intersection de deux ensembles. Le premier correspond au modèle de mobilité donné par le paragraphe 4.3.2 et le deuxième est associé au modèle d'observation donné par le paragraphe 4.3.3. Ce problème est formulé à l'aide d'un CSP et peut être résolu à l'aide d'un contracteur par propagation-rétropropagation. En utilisant l'analyse par intervalles, chaque variable est remplacée par un pavé qui la contient et chaque fonction par une fonction d'inclusion. En particulier, la position recherchée $c_{k+1} = (x_{k+1}, y_{k+1})$ est remplacée par l'ensemble $[c_{k+1}] = [x_{k+1}] \times [y_{k+1}]$. La zone de localisation donnée par la boîte bidimensionnelle $[c_{k+1}]$ est calculée en deux étapes :

1. *Étape de prédiction :*

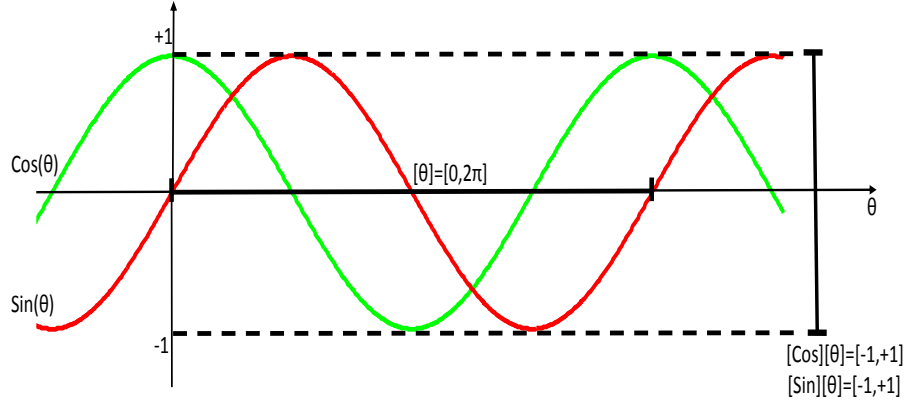
Durant cette étape, la zone de localisation à l'instant k représentée par le ou les pavés $[c_k] = [x_k] \times [y_k]$ est propagée en utilisant le modèle de mobilité donné par (4.5). L'avantage de ce modèle est de tenir compte du fait que la personne puisse se déplacer avec n'importe quelle vitesse pourvu qu'on connaisse sa valeur maximale, $s \in [0, s_{max}]$ à tout instant k , et dans n'importe quel sens $\theta \in [0, 2\pi]$.

Dans le contexte de l'analyse par intervalles, les variables s et θ sont remplacées respectivement par les pavés $[0, s_{max}]$ et $[0, 2\pi]$. Les fonctions élémentaires \cos et \sin seront remplacées par les fonctions d'inclusion naturelles $[cos]$ et $[sin]$. L'évaluation de ces fonctions d'inclusion naturelles pour $\theta = [0, 2\pi]$ est donnée par la figure 4.10.

Compte tenu de ces représentations à base d'intervalles, le modèle de mobilité s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} [x_{k+1}] &= [x_k] + \Delta T \times [0, s_{max}] \times [cos]([0, 2\pi]) \\ [y_{k+1}] &= [y_k] + \Delta T \times [0, s_{max}] \times [sin]([0, 2\pi]) \end{cases} \quad (4.13)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [x_{k+1}] &= [x_k] + \Delta T \times [0, s_{max}] \times [-1, 1] \\ [y_{k+1}] &= [y_k] + \Delta T \times [0, s_{max}] \times [-1, 1] \end{cases} \quad (4.14)$$

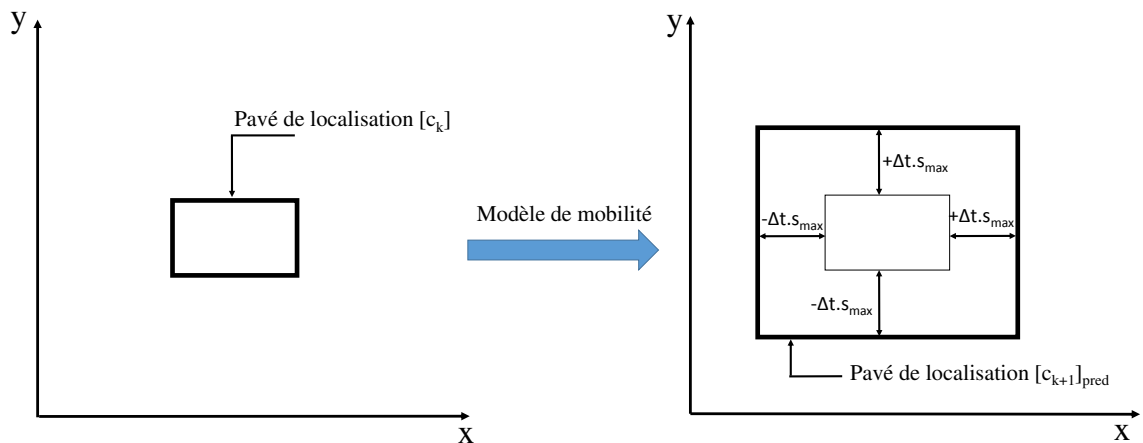

 FIGURE 4.10 – Évaluation des fonctions d'inclusion naturelles $[cos]$ et $[sin]$ sur $\theta = [0, 2\pi]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [x_{k+1}] &= [x_k] + \Delta T \times [-s_{max}, s_{max}] \\ [y_{k+1}] &= [y_k] + \Delta T \times [-s_{max}, s_{max}] \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [x_{k+1}] &= [x_k] + [-\Delta T.s_{max}, \Delta T.s_{max}] \\ [y_{k+1}] &= [y_k] + [-\Delta T.s_{max}, \Delta T.s_{max}] \end{cases} \quad (4.16)$$

L'application du modèle de mobilité (4.16) au pavé $[c_k] = [x_k] \times [y_k]$ à l'instant k engendre donc à l'instant $k + 1$ un pavé plus grand $[c_{k+1}]_{pred} = [x_{k+1}] \times [y_{k+1}] = ([x_k] + [-\Delta T.s_{max}, \Delta T.s_{max}]) \times ([y_k] + [-\Delta T.s_{max}, \Delta T.s_{max}])$.

Cette étape de prédiction est illustrée par la Figure 4.11.


 FIGURE 4.11 – Pavé de localisation obtenu à l'instant $k + 1$ après l'étape de prédiction

La zone de localisation obtenue après l'étape de prédiction prend en compte le fait que la personne puisse se déplacer d'une manière aléatoire, ce qui induit une

largeur du pavé $[c_{k+1}]_{pred}$ assez grande. Ce pavé, qui contient déjà la vraie position de la personne, sera affiné dans l'étape suivante dite de correction.

Cependant, à certains instants et en utilisant les capteurs infrarouges qui sont conçus pour la détection du mouvement humain, il s'avère que l'on peut déterminer l'immobilité de la personne. Dans ce cas, la zone de localisation à l'instant $k + 1$ est la même que celle à l'instant k . En effet, en se basant sur l'équation donnée par (4.9) dans le cas d'absence de mesure, le modèle de mobilité à base d'intervalles s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} [x_{k+1}] &= [x_k] \\ [y_{k+1}] &= [y_k] \end{cases} \quad (4.17)$$

Ce cas particulier, illustré par la Figure 4.12, conduit directement à la zone de localisation de la personne sans passer à l'étape de correction.

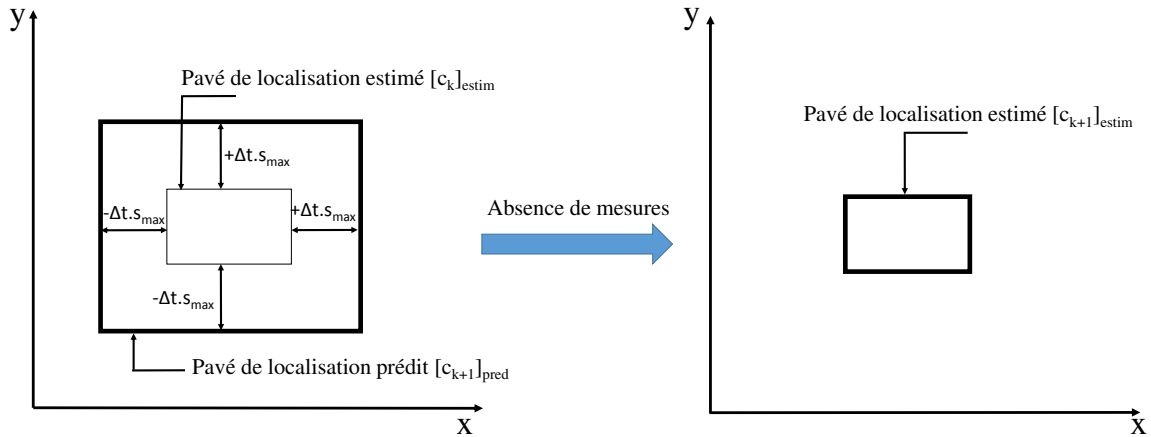


FIGURE 4.12 – Cas particulier en cas d'absence de mesures : Immobilité

2. Étape de correction :

Lors de l'étape de correction, le pavé de localisation $[c_{k+1}]_{pred}$ obtenu à l'issue de l'étape de prédiction est réduit en utilisant la liste de pavés représentant les mesures issues des différents capteurs comme présenté en section 4.3.3. La solution englobant la position de la personne est le pavé de localisation estimé $[c_{k+1}]_{estim}$ qui résulte de l'intersection du pavé $[c_{k+1}]_{pred}$ et la liste des pavés de mesure $[c_{k+1}]_{mes}$.

Dans le but d'assurer la robustesse de l'estimation de la zone de localisation, on fait l'hypothèse de la présence d'un nombre maximum q de mesures aberrantes parmi les m mesures disponibles. Ainsi, la méthode d'intersection q -relaxée, présentée dans le chapitre précédent, peut être utilisée pour déterminer la zone de localisation cohérente avec au moins $m - q$ mesures.

Une illustration de l'étape de correction est donnée par la Figure 4.13. Dans cet exemple, la zone de localisation estimée est l'intersection entre le pavé de prédiction $[c_{k+1}]_{pred}$ et les deux mesures cohérentes $[m_1]$ et $[m_3]$. Ici, la mesure $[m_2]$ est détectée comme étant une donnée aberrante.

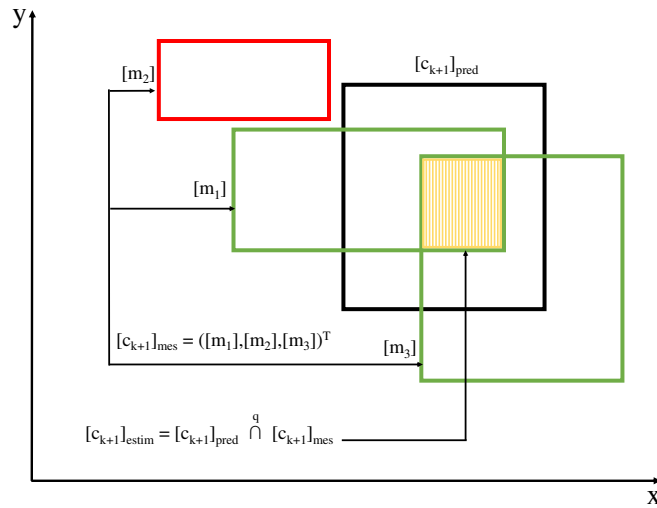


FIGURE 4.13 – Pavé de localisation obtenu à l'instant $k + 1$ après l'étape de correction

L'Algorithme 8 présente un contracteur basé sur l'intersection q -relaxée pour l'estimation robuste de la zone de localisation d'une personne en intérieur.

Dans la suite, on va appliquer cet algorithme sur des données expérimentales ainsi que sur des données réelles. Les données expérimentales sont acquises à partir des scénarii effectués dans le Living Lab 'GIS MADONAH' à Bourges. Les données réelles sont issues de mesures de déplacements d'un résident dans sa chambre de la maison de retraite à Ambazac.

Algorithme 8 Cont_Zone_Localisation (Entrées : $[c_k]_{estim}, [c_{k+1}]_{mes}, q$; Sorties : $[c_{k+1}]_{estim}$)

```

1: Lire l'entrée  $[c_k]_{estim}$ . Dédire  $[x_k]$  et  $[y_k]$ 
2: Lire l'observation  $[c_{k+1}]_{mes}$ 
3: Tant que au moins un domaine d'une variable est réduit faire
4:   % Étape de propagation%
5:   % Étape de prédiction%
6:    $[x_{k+1}] = [x_k] + [-\Delta t.s_{max}, \Delta t.s_{max}]$ 
7:    $[y_{k+1}] = [y_k] + [-\Delta t.s_{max}, \Delta t.s_{max}]$ 
8:    $[c_{k+1}]_{pred} = [x_{k+1}] \times [y_{k+1}]$ 
9:   Si  $[c_{k+1}]_{mes} = \emptyset$  alors :
10:     $[c_{k+1}]_{estim} = [c_k]_{estim}$ 
11:   Sinon :
12:    % Étape de correction%
13:     $[c_{k+1}]_{estim} = [c_{k+1}]_{pred} \cap^{\{q\}} [c_{k+1}]_{mes}$ 
14:   % Étape de rétropropagation%
15:   Rétro-propager  $[x_k] = [x_{k+1}] + [-\Delta t.s_{max}, \Delta t.s_{max}]$ 
16:   Rétro-propager  $[y_k] = [y_{k+1}] + [-\Delta t.s_{max}, \Delta t.s_{max}]$ 
17:   Dédire  $[c_k]_{pred}$ 
18:   Rétro-propager la contrainte  $[c_k]_{estim} = [c_k]_{pred} \cap^{\{q\}} [c_k]_{mes}$ 
19: Fin

```

4.4 Résultats expérimentaux

Pour tous les scénarii, notre algorithme est implémenté sous Intlab [Rump [1999]] (Matlab[®] toolbox) avec un PC Intel(R) Core i7-3540M. Le calcul de l'intersection q -relaxée a été réalisé en utilisant la méthode présentée dans le paragraphe 3.4.3. La validation du résultat a été réalisée en effectuant un marquage du sol 4.14. Le résultat est prometteur pour des applications en temps réel. Cependant, il sera préférable de passer au C++ et à Ibex.



(a) Marquage du sol entre le lit et le couloir



(b) Marquage du sol au niveau entre le lit et la salle de bain



(c) Marquage du sol au niveau du couloir

FIGURE 4.14 – Marquage du sol

4.4.1 Scénario 1

Le scénario 1 consiste en un déplacement d'un résident au sein du Living Lab. La zone de localisation initiale est obtenue par les premières mesures. Le scénario comprend plusieurs activités comme le passage dans la chambre, couloir, salle de bain, immobilité et sommeil.

Dans la Figure 4.15, une partie du scénario est présentée : le résident marche de la salle de bain jusqu'au lit. Les zones de localisation obtenues par notre algorithme contiennent les positions réelles aux instants 20s, 28s, 45s, 57s et 109s. La trajectoire est enregistrée d'avance lors du déplacement.

Dans la Figure 4.16, une deuxième partie du scénario est présentée : les données sonores sont utilisées. Par exemple, l'écoulement d'eau active la classe 4 du capteur sonore ce qui pourra être interprété comme la présence de la personne dans la salle de bain. On obtient ainsi une information de la zone de localisation à chaque événement. Par conséquent, les informations données par le capteur sonore nous permettent de reconstruire différentes activités ainsi que leurs durées telles que le repos sur le lit (de 440s à 480s) et le lavage (de 249s à 349s). La localisation intérieure est effectuée en la présence des mesures de modalités différentes.

À l'instant $t = 166s$, on a 3 pavés de prédiction et 4 pavés de mesures. Deux données aberrantes ont été détectées et le résultat de l'intersection q -relaxée des 5 pavés restants a abouti à deux zones non-connexes. Cette ambiguïté montre que notre algorithme est capable d'estimer plusieurs zones de localisation en présence de données aberrantes.

Afin d'affiner les zones de localisation obtenues précédemment, une autre modalité d'observation telle que la mesure de distances est utilisée. Dans la Figure 4.17, on peut noter que les zones de localisation sont de tailles plus réduites.

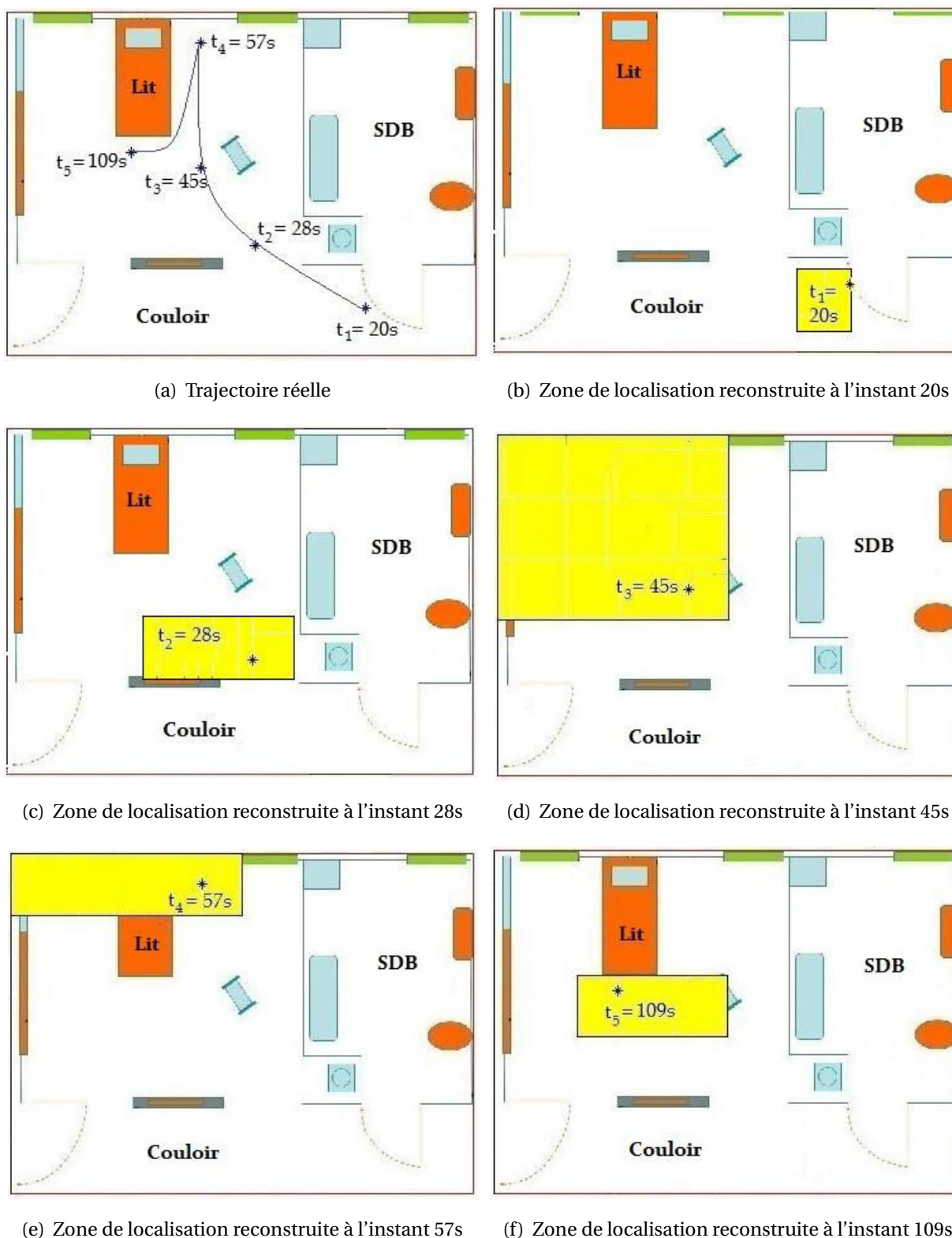


FIGURE 4.15 – Partie 1 du scénario : Plusieurs zones de localisation sont reconstruites englobant la position réelle de la personne

4.4.2 Scénario 2

Le but du deuxième scénario est de détecter une situation de détresse telle qu'une chute. De telles situations sont souvent rencontrées dans les maisons de retraite. Le scé-

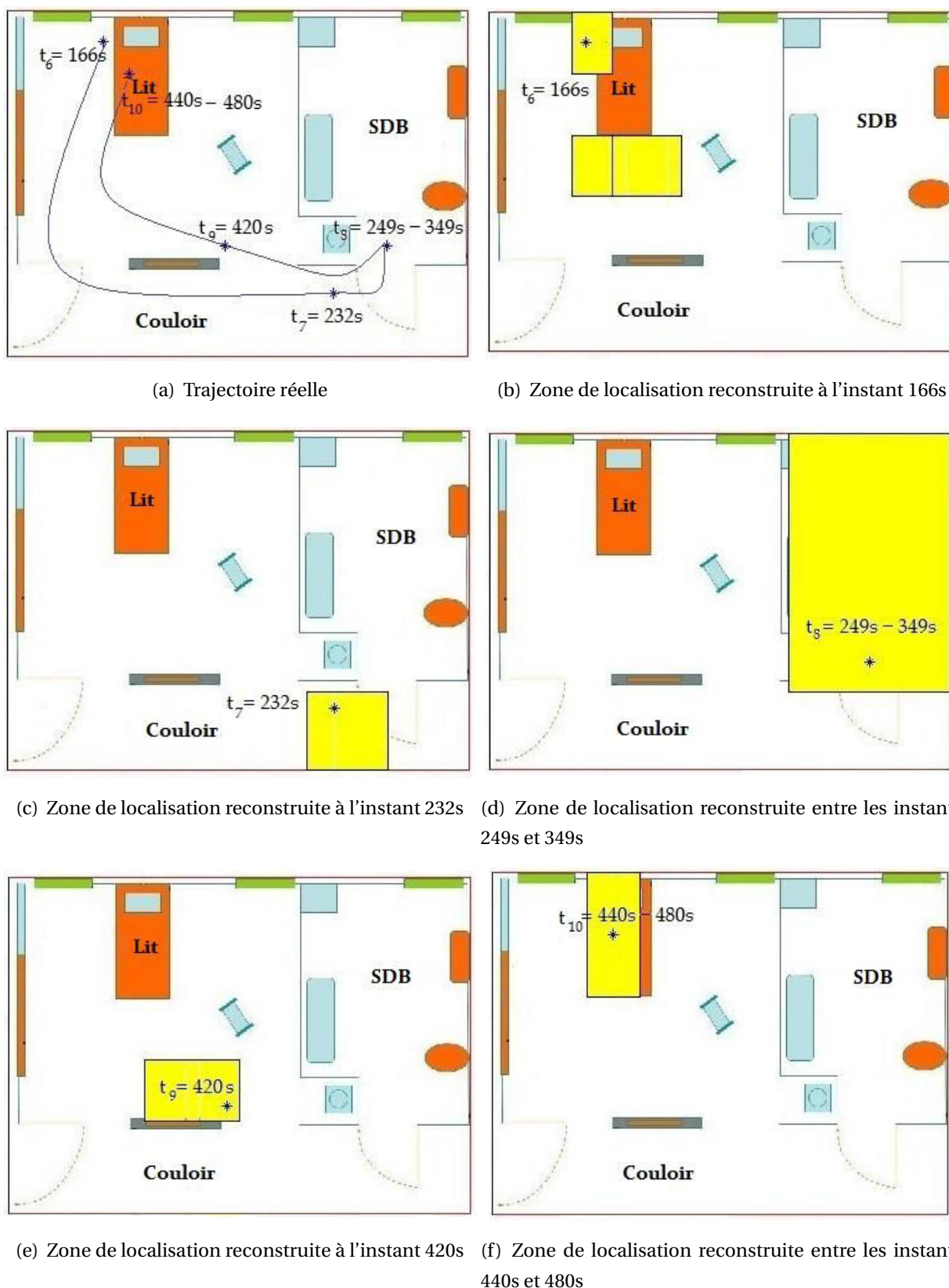
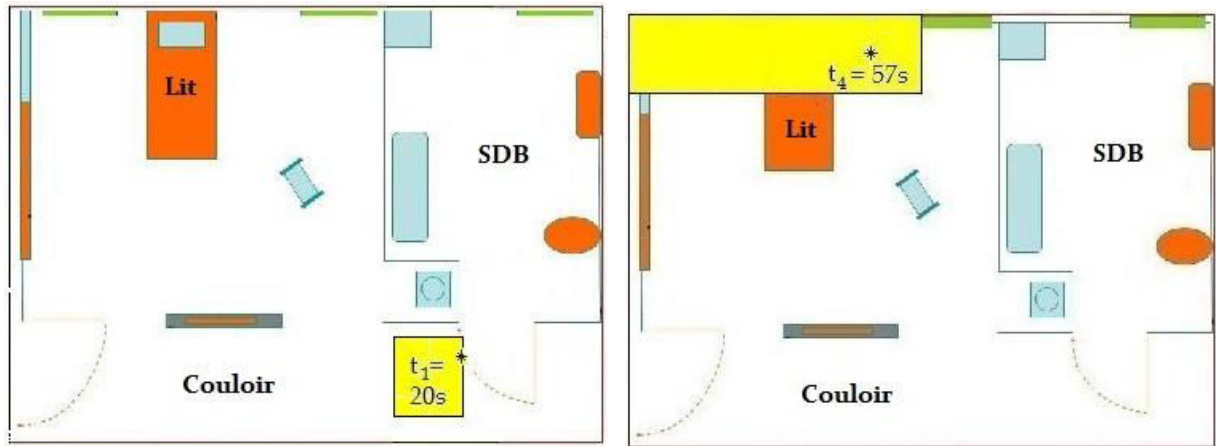


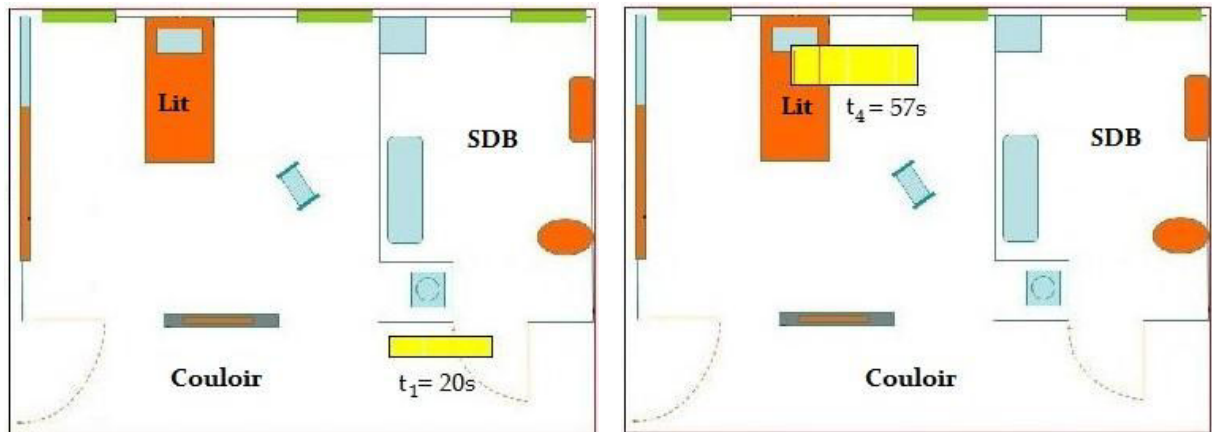
FIGURE 4.16 – Partie 2 du scénario : Plusieurs activités ainsi que leurs durées sont reconstruites. Repos sur le lit (de 440s à 480s) et lavage (de 249s à 349s) sont détectés.

nario consiste en un déplacement d'une personne dans la chambre puis une chute pen-



(a) Zone de localisation reconstruite à l'instant 20s en utilisant une seule modalité de mesure

(b) Zone de localisation reconstruite à l'instant 57s en utilisant une seule modalité de mesure

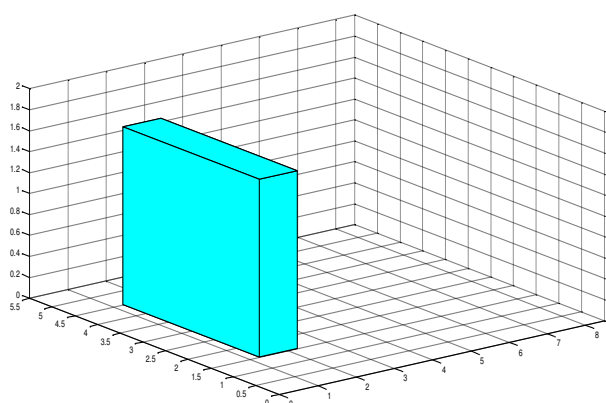


(c) Zone de localisation reconstruite à l'instant 20s en utilisant deux modalités de mesure

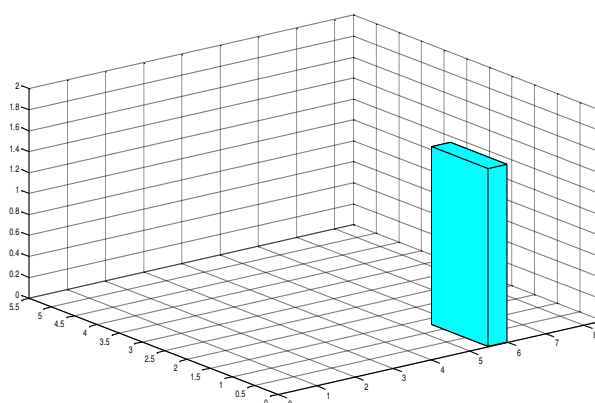
(d) Zone de localisation reconstruite à l'instant 57s en utilisant deux modalités de mesure

FIGURE 4.17 – Améliorations apportées par les RFID : les zones de localisation sont affinées par rapport à la partie 1 du scénario aux instants 20s et 57s. Haut : uniquement des mesures infrarouges, bas : des mesures infrarouges et RFID

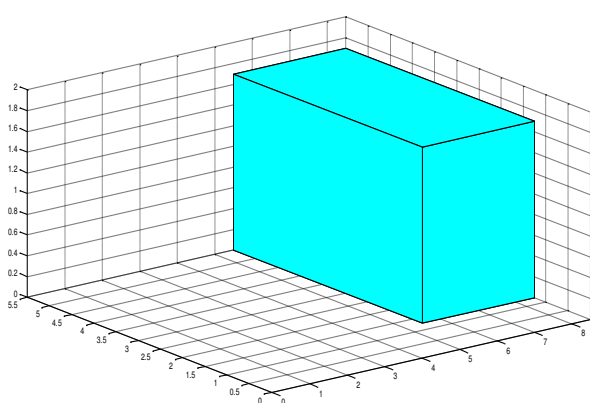
dant le chemin de retour de la salle de bain vers le lit. La disposition des capteurs sur deux niveaux nous permet de donner une information supplémentaire, s'il s'agit d'une chute. En effet, comme décrit dans le paragraphe 4.2.1, les champs de détection des capteurs au niveau bas sont similaires à ceux du niveau haut. L'Algorithme 8 peut être appliqué pour ce scénario. La disponibilité de mesures issues des capteurs du niveau haut est suffisante pour déterminer les zones de localisation comme pour le scénario 1. Cependant, lorsque des mesures issues des capteurs du niveau bas sont exclusivement disponibles pendant un certain temps (ici le seuil choisi est 30s), on peut conclure qu'il y a une situation de détresse possible. Les simulations données par la Figure 4.18, sont présentées en 3D pour mieux illustrer l'exemple de détection de chute.



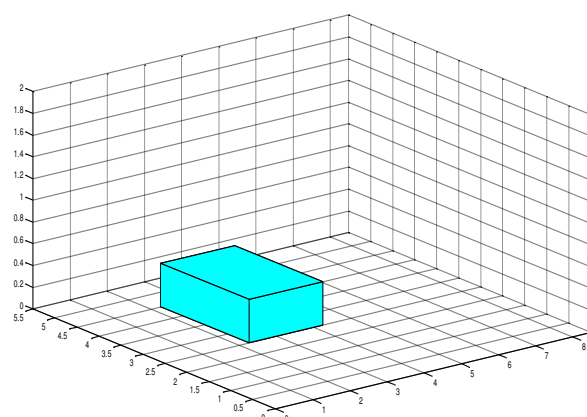
(a) Zone de localisation reconstruite à l'instant 18s : Déplacement de la personne dans la chambre



(b) Zone de localisation reconstruite à l'instant 24s : Position de la personne devant la salle de bain



(c) Zone de localisation reconstruite entre les instants 32s et 140s : Présence de la personne dans la salle de bain



(d) Zone de localisation reconstruite entre les instants 159s et 211s : Détection de chute

FIGURE 4.18 – Scénario 2 : Détection de chute

4.4.3 Scénario 3

Dans le cadre du projet E-monitor'âge, plusieurs chambres de l'EHPAD d'Ambazac ont été équipées d'un ensemble de capteurs. Chaque chambre comporte 5 capteurs de type infrarouge. Ces capteurs sont placés d'une façon commune à toutes les chambres, figure 4.19. La répartition des capteurs est comme suit : un capteur PIR au niveau de la porte d'entrée, un capteur PIR au dessus du lit, un capteur PIR coté droit du lit, un capteur PIR coté gauche du lit et un capteur PIR dans la salle de bain.

L'Algorithme 8 est appliqué à la base de données réelles acquises suite aux déplacements quotidiens d'un résident dans la chambre. Plusieurs zones de localisation sont reconstruites telles que le déplacement coté droit de la chambre, au niveau de la porte et en sortie de la salle de bain, Figure 4.20. Ces zones de localisation seront utiles pour la reconnaissance des activités du résident et la détection d'une éventuelle déviation de son comportement. En effet, sur la base des zones de localisation trouvées, un système de

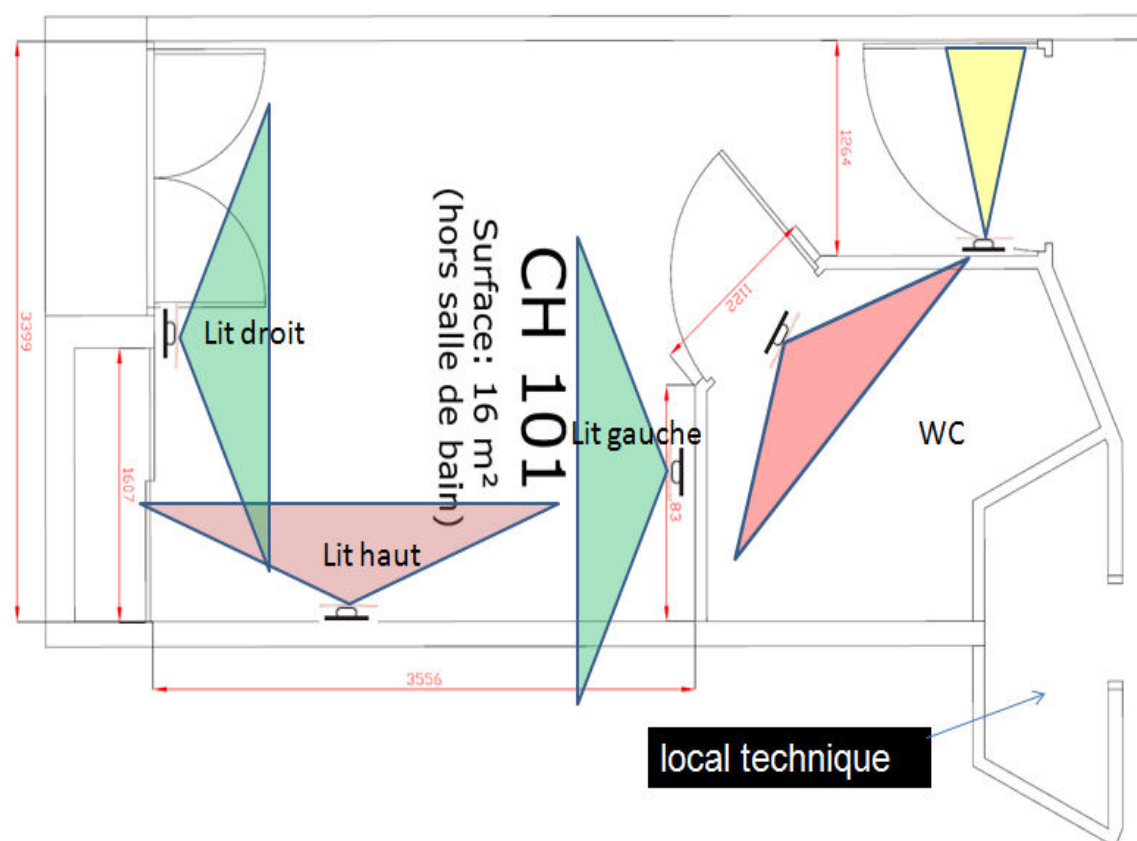


FIGURE 4.19 – Répartition des capteurs PIR dans une chambre de l'EHPAD d'Ambazac

supervision est proposé par [Paris et al. [2015]] afin d'apprendre le modèle de comportement habituel de la personne qui sera ensuite utilisé pour pouvoir générer des alertes intelligentes et prévenir le personnel de l'EHPAD du comportement anormal du résident.

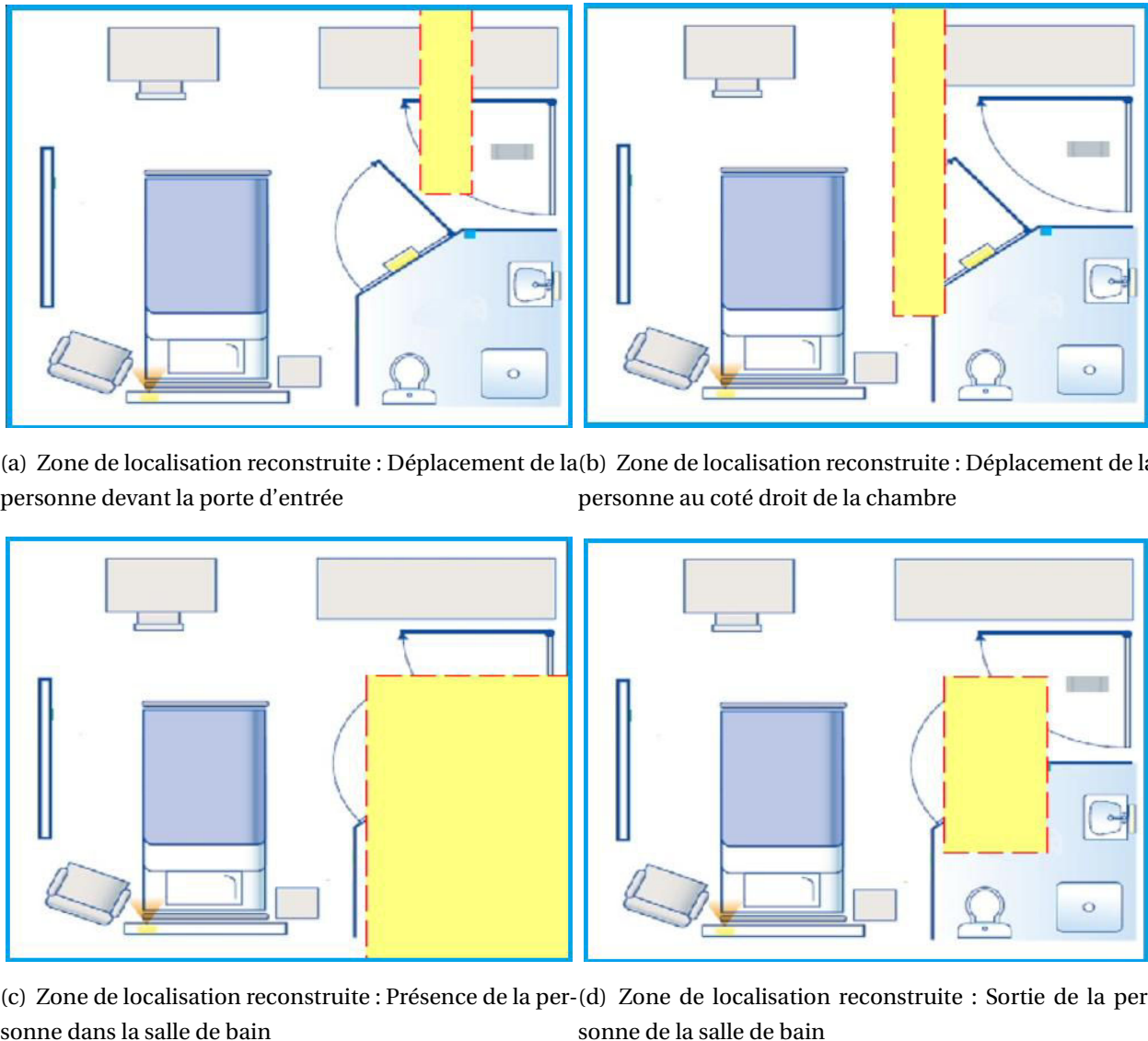


FIGURE 4.20 – Scénario réel du mouvement d'un résident dans une chambre à l'EHPAD d'Ambazac

4.5 Application pour la détection et l'identification de défauts de capteurs

4.5.1 Détection et isolation de défauts de capteurs

Le principe de la détection de défauts repose sur la génération de résidus. Les résidus sont des indicateurs de défauts obtenus à partir de deux types de redondances : redondance matérielle et redondance analytique. La première est basée sur l'utilisation de plusieurs capteurs pour mesurer une variable donnée. Généralement, une technique de vote est appliquée au système à surveiller. Cette méthode consiste à établir un ensemble de mesures de la même variable. Le résidu est utilisé pour détecter et isoler le capteur en défaut. La redondance matérielle est couramment utilisée pour les systèmes à sécurité critique tels que les avions ou les centrales nucléaires. Cette technique est facile à implémenter et aide à la détection rapide des défauts de capteurs. Cependant, le

problème majeur de cette stratégie est le coût élevé de la maintenance des équipements supplémentaires ainsi que la nécessité d'un espace additionnel. D'où le recours à la redondance analytique dont l'idée de base est d'exploiter les relations algébriques et temporelles entre les états, les entrées et les sorties du système surveillé, [Chen and Patton [2012]].

Le but de la redondance analytique est de vérifier la cohérence entre la mesure d'un signal et son estimation. Ceci nécessite la disponibilité d'un modèle mathématique du système considéré. Les résidus, donnés par ces différences entre la mesure et l'estimation d'un signal, sont utilisés pour détecter des défauts potentiels. En effet, si les résidus ont des valeurs nulles alors le système fonctionne correctement et si les résidus s'éloignent de la valeur nulle alors un défaut s'est potentiellement produit dans le système, [Isermann and Ballé [1997]].

Les résidus peuvent cependant avoir des valeurs non nulles même en absence de défauts. Cela est dû à la présence de bruits ou de perturbations sur le système rendant nécessaire une méthode robuste de détection de défauts afin de fournir des résidus pertinents avant de passer à l'étape de prise de décision. Dans ce but, deux méthodes, la méthode active et la méthode passive, ont été développées pour rendre les résidus potentiellement sensibles aux défauts et insensibles aux erreurs de modélisation. En utilisant la méthode active, les résidus sont générés à l'aide de plusieurs techniques telles que les observateurs à entrées inconnues, les équations de parité, filtre H_∞ , etc. Ces méthodes minimisent les effets des incertitudes sur les résidus, [Gertler [1997]].

L'objectif de l'approche passive est d'autoriser la propagation des incertitudes sur les résidus. C'est l'idée principale de l'approche ensembliste qui consiste à estimer un ensemble de paramètres ou états dans un contexte à erreurs bornées. Durant le test de cohérence, si les mesures sont incompatibles avec cet ensemble, on peut en déduire qu'un défaut s'est produit.

Beaucoup de travaux de recherches se sont basés sur les méthodes ensemblistes pour la détection et l'identification de défauts. Ces ensembles, englobant l'estimation des états ou des paramètres, sont représentés par des polytopes [Blesa et al. [2012]]-[Planchon and Lunze [2008]], des parallélotopes [Ingimundarson et al. [2005]], des orthotopes [Watkins and Yurkovich [1996]], des zonotopes [Ingimundarson et al. [2009]], des ellipsoïdes [Lesecq et al. [2003]]-[Reppa and Tzes [2010]] et des intervalles [Marx et al. [2010]]-[Raka and Combastel [2010]]-[Adrot and Flaus [2008]]-[Drevelle and Bonnifait [2012]]. L'approche passive, basée sur les méthodes ensemblistes, consiste à évaluer les observations disponibles qui doivent être cohérents avec l'ensemble d'estimation. Ce test est réalisé en effectuant une intersection entre l'ensemble de mesures et l'ensemble estimé. Durant le test de cohérence, on peut obtenir une intersection vide. Pour cela, on propose d'utiliser

l'intersection q -relaxée qui s'avère utile pour la détection de données aberrantes comme présenté par le paragraphe 3.4.2.

4.5.2 Approche ensembliste pour la détection et l'identification de défauts

Dans cette partie, on présente une méthode ensembliste basée sur l'analyse par intervalles pour la détection et l'identification de défauts en utilisant l'intersection q -relaxée, [Drevelle and Bonnifait [2012]]-[Amri et al. [2015a]]. En effet lors du calcul de la solution q -relaxée, comme montré dans le paragraphe 3.4.3, il est possible de distinguer trois cas :

- Absence de défaut
- Détection de défaut
- Isolation de défaut

4.5.2.1 Cas d'absence de défaut

On considère les trois mesures données par la Figure 4.21.

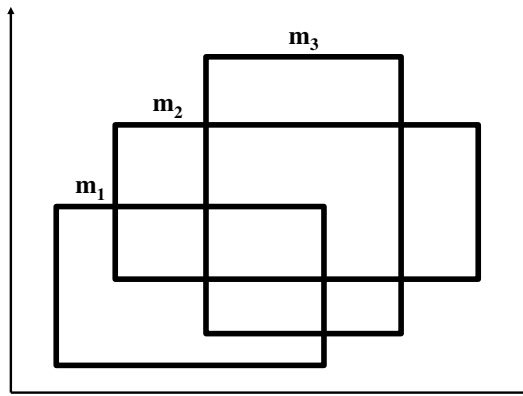


FIGURE 4.21 – Exemple de mesures sans défauts

En appliquant la méthode de calcul de la solution q -relaxée, on obtient les centres du pavage comme le montre la Figure 4.22.

A l'aide des centres obtenus, on peut dresser le tableau de calcul de la solution q -relaxée, Table 4.2 (On présente une partie représentative des centres). Les composantes de ce tableau sont les valeurs "0" et "1" qui correspondent aux résultats du test d'inclusion de chaque centre à chaque boîte du pavage donné par la Figure 4.22. La dernière colonne "Somme" est obtenue en additionnant les éléments de chaque colonne

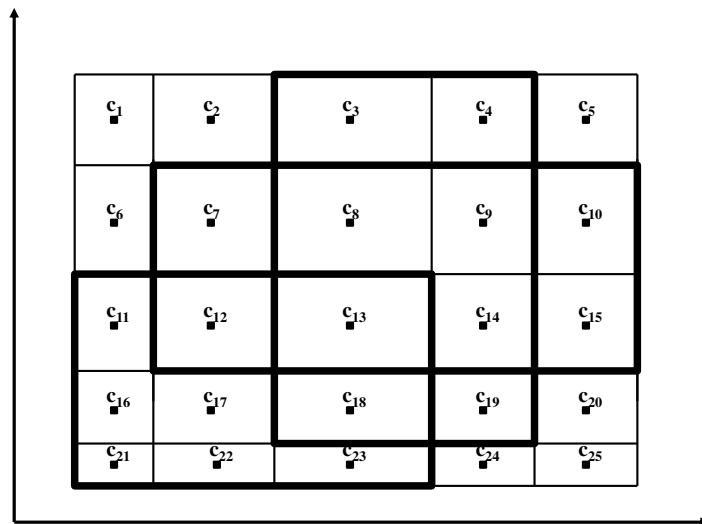


FIGURE 4.22 – Centres du pavage

pour une ligne donnée. Le centre de la solution de l'intersection est celui qui a une valeur égale au nombre total m de mesures dans la colonne "somme". Sinon, on incrémente q à partir de la valeur 1 et on cherche le centre ayant une valeur égale à $m - q$.

TABEAU 4.2 – Calcul de la solution 0-relaxée

Centres	[m1]	[m2]	[m3]	Somme
c_1	0	0	0	0
c_{11}	1	0	0	1
c_{12}	1	1	0	2
c_{13}	1	1	1	3

Dans cet exemple, le centre de la solution de l'intersection q -relaxée, c_{13} , est obtenu pour $q = 0$. Ce point est utilisé afin de dresser le tableau de signature, Table 4.3.

TABEAU 4.3 – Tableau de signature : absence de défauts

centres	[m1]	[m2]	[m3]	[s]
c_{13}	1	1	1	1
Résultat	1	1	1	1
Absence de défauts				

Dans ce tableau, Table 4.3, la valeur "1" montre que la mesure englobe le centre de la

solution d'intersection c_{13} . Dans le cas contraire, on a une valeur égale à "0". La dernière colonne [s] est obtenue en appliquant un ET logique entre les éléments de chaque colonne pour une ligne donnée. La dernière ligne "Résultat" est obtenue en appliquant un OU logique entre les éléments de chaque ligne pour une colonne donnée. La valeur "0" du dernier élément de la dernière ligne "Résultat" et de la dernière colonne [s] indique la présence d'un défaut. La valeur "0" des éléments de la dernière ligne correspondant aux colonnes de mesure permet d'identifier le défaut. Dans cet exemple, aucun défaut n'est détecté.

4.5.2.2 Cas de détection de défaut

On considère les trois mesures données par la Figure 4.23.

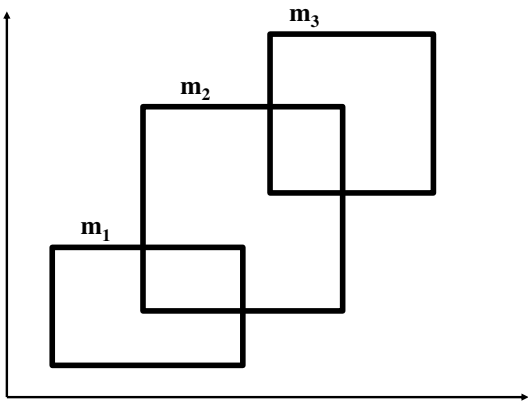


FIGURE 4.23 – Exemple de détection défauts

En appliquant la méthode de calcul de la solution q -relaxée, on obtient les centres du pavage comme le montre la Figure 4.23.

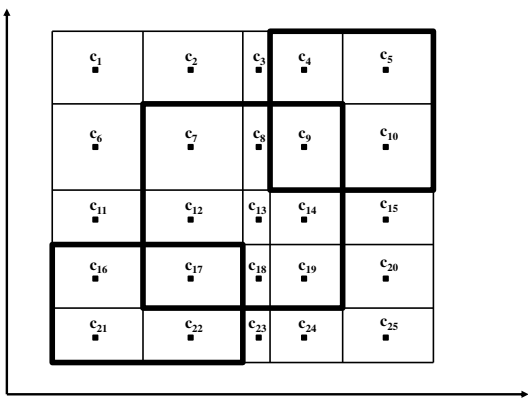


FIGURE 4.24 – Centres du pavage

A l'aide des centres obtenus, on peut dresser le tableau de calcul de la solution q -relaxée, Table 4.4 (On présente une partie représentative des centres).

TABLEAU 4.4 – Calcul de la solution 1-relaxée

Centres	[m1]	[m2]	[m3]	Somme
c_1	0	0	0	0
c_4	0	0	0	1
c_7	1	0	0	1
c_9	1	0	1	2
c_{16}	0	1	0	1
c_{17}	1	1	0	2
c_{25}	0	0	0	0

Dans cet exemple, la solution q -relaxée est obtenue pour $q = 1$. L'ensemble solution est l'union des deux boîtes contenant les centres c_9 et c_{17} puisque ce sont les centres dont les valeurs correspondantes à la dernière colonne du tableau 4.4 sont $m - q = 2$. Ces centres sont utilisées pour dresser le tableau de signature 4.5.

TABLEAU 4.5 – Tableau de signature : détection de défauts

Centres	[m1]	[m2]	[m3]	[s]
c_9	1	0	1	0
c_{17}	1	1	0	0
Résultat	1	1	1	0
Détection				
Défaut non identifié				

La valeur "0" du dernier élément de la dernière ligne "Résultat" et de la dernière colonne [s] indique la présence d'un défaut. Cependant, La valeur "1" des éléments de la dernière ligne correspondant aux colonnes de mesure nous indique qu'on ne peut pas identifier le défaut.

4.5.2.3 Cas d'isolation de défaut

On considère les trois mesures données par la Figure 4.25.

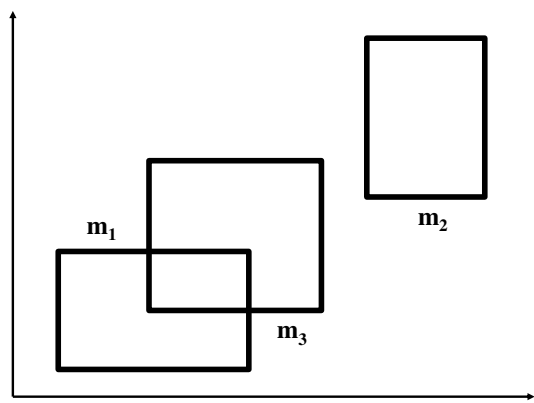


FIGURE 4.25 – Exemple d'identification de défauts

En appliquant la méthode de calcul de la solution q -relaxée, on obtient les centres du pavage comme le montre la Figure 4.25 (On présente une partie représentative des centres).

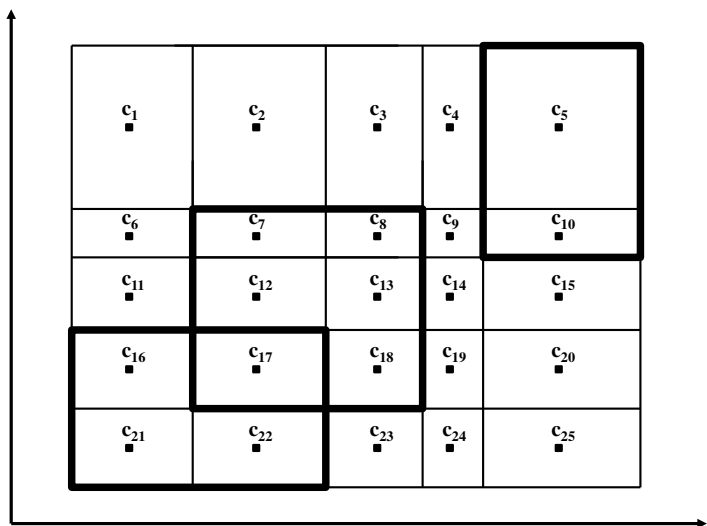


FIGURE 4.26 – Centres du pavage

A l'aide des centres obtenus, on peut dresser le tableau de calcul de la solution q -relaxée, Table 4.6.

Dans cet exemple, la solution q -relaxée est obtenue pour $q = 1$. L'ensemble solution est la boîte contenant le centre c_{17} puisque c'est le seul centre dont la valeur correspondante à la dernière colonne du tableau 4.4 est $m - q = 2$. Ce centre est utilisée pour dresser le tableau de signature 4.7.

La valeur "0" du dernier élément de la dernière ligne "Résultat" et de la dernière colonne [s] indique la présence d'un défaut. En particulier, La valeur "0" d'un élément de la

TABLEAU 4.6 – Calcul de la solution 1-relaxée

Centres	[m1]	[m2]	[m3]	Somme
c_1	0	0	0	0
c_5	0	1	0	1
c_7	0	0	1	1
c_{17}	1	0	1	2
c_{25}	0	0	0	0

TABLEAU 4.7 – Tableau de signature : isolation de défauts

Centres	[m1]	[m2]	[m3]	[s]
c_{17}	1	0	1	0
Résultat	1	0	1	0
		Défaut		Détection
Isolation de défaut				

dernière ligne correspondant aux colonnes de mesure nous permet d'isoler le défaut de mesure m_2 .

4.5.3 Résultats expérimentaux

Cette méthode de détection de défauts est appliquée dans le cadre de la localisation de personnes et de robots en intérieur. Le scénario effectué est le même que celui présenté dans la paragraphe 4.4.1.

La figure 4.27 montre le nombre de défauts de mesure détectés sur toute la fenêtre temporelle. Dans la suite, on montrera en détail les résultats de la méthode de détection de défaut présentée à des instants précis.

À l'instant $t = 145s$, on peut remarquer qu'aucun défaut n'est détecté. Toutes les mesures sont cohérentes, Figure 4.28.

À l'instant $t = 146s$, on dispose de quatre mesures. L'ensemble solution est représenté par les deux boîtes jaunes. Dans ce cas, on a une donnée aberrante ($q = 1$) qui est détectée mais la mesure en défaut n'est pas isolée, Figure 4.29.

À l'instant $t = 161s$, le défaut de mesure est détecté et isolé avec succès, Figure 4.30.

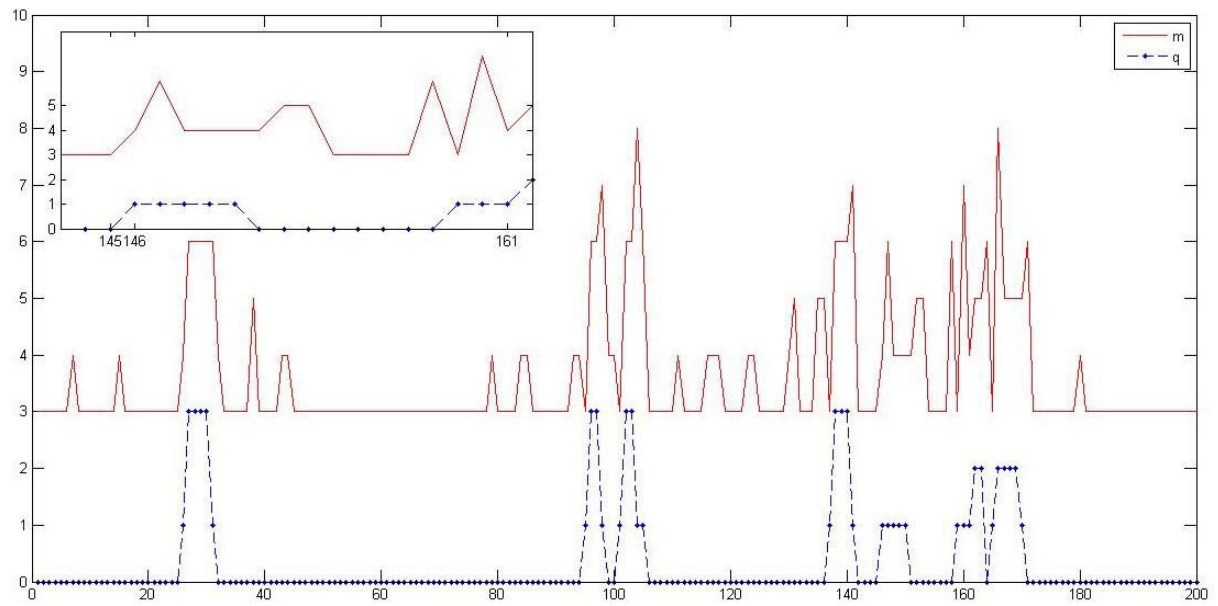


FIGURE 4.27 – Nombre de données aberrantes détectées

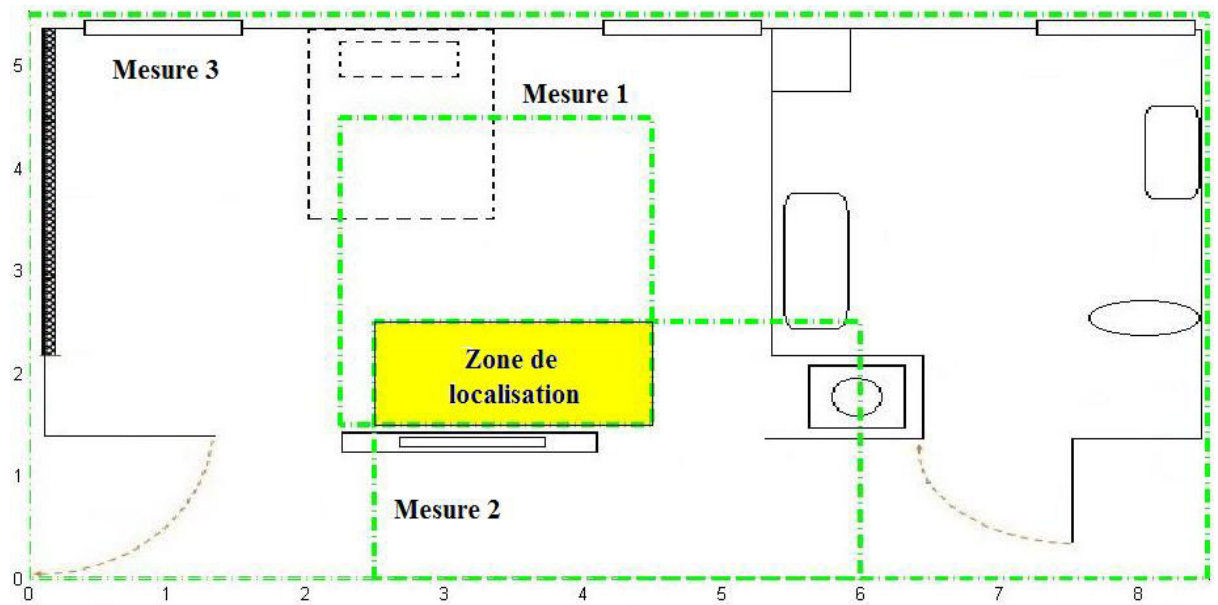


FIGURE 4.28 – Absence de défauts de mesure à $t = 145s$

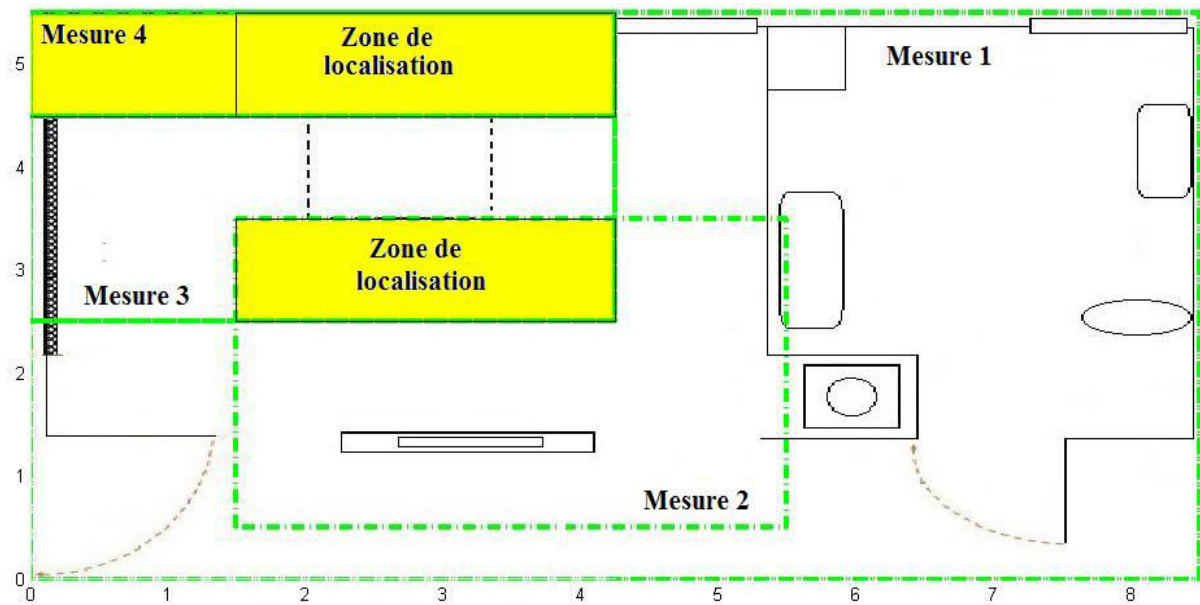


FIGURE 4.29 – Détection d'un défaut de mesure à $t = 146s$

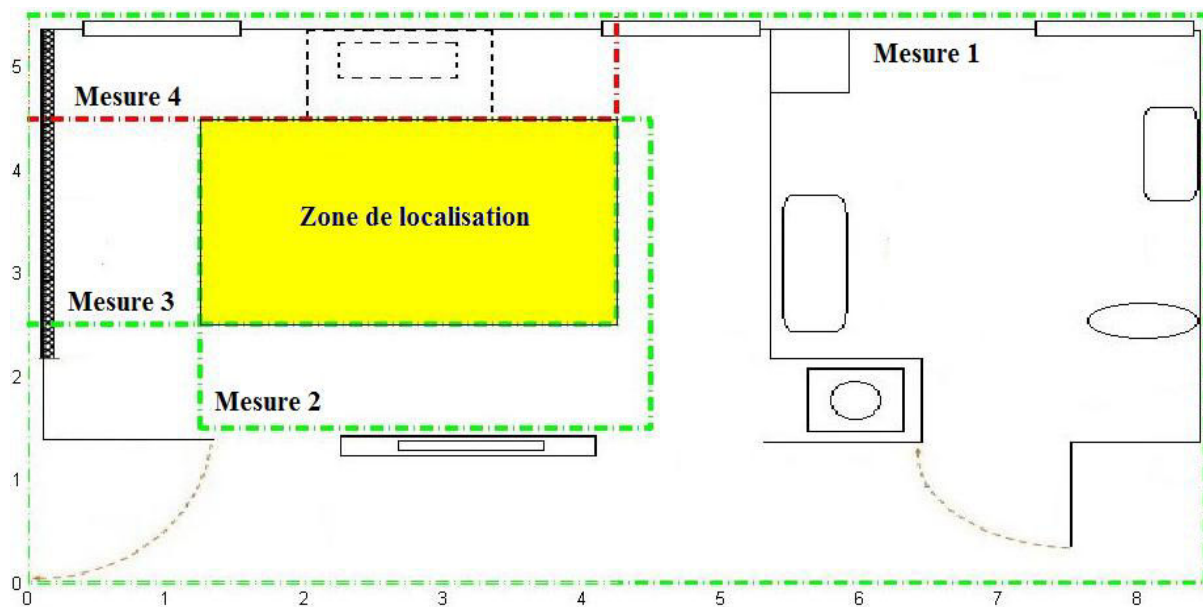


FIGURE 4.30 – Isolation d'un défaut de mesure à $t = 161s$

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une méthode de fusion de données multimodales basée sur une approche ensembliste est proposée pour la localisation en intérieur. L'approche utilise un modèle de mobilité général pour prédire la zone où peut se trouver la personne et un ensemble de mesures multimodales pour affiner cette zone. Notre algorithme utilise la *q-relaxed intersection* pour palier aux mesures aberrantes pour assurer la robustesse de notre méthode d'estimation d'état. Par ailleurs, on a présenté une méthode passive de détection de défauts basée sur l'analyse par intervalles et l'intersection *q*-relaxée.

L'approche proposée se situe dans un contexte à erreurs bornées et l'outil de résolution est l'analyse par intervalles. Des zones de localisation sont ainsi reconstruites qui englobent la position réelle de la personne en déplacement dans son domicile ou, dans un autre contexte, un robot dans un réseau de capteurs.

Les performances de notre algorithme ont été évaluées à travers un scénario expérimental dans un Living Lab. Ainsi, on a pu appliquer notre méthode ensembliste en situation réelle dans le cadre de la surveillance des résidents dans leurs chambres dans l'EHPAD d'Ambazac.

Dans le chapitre suivant, nous allons étendre la méthode ensembliste pour la localisation de plusieurs personnes en intérieur.

Chapitre 5

Localisation intérieure robuste de deux cibles mobiles

Sommaire

5.1 Introduction	107
5.1.1 Revue de la littérature	107
5.1.2 Cadre ensembliste	108
5.2 Problème de satisfiabilité	109
5.2.1 Définitions	109
5.2.2 Satisfiabilité	110
5.2.3 Problème SAT	111
5.3 L'outil solveur iSAT	112
5.4 Problème SAT pour la localisation de deux cibles mobiles	113
5.4.1 Formulation du problème	113
5.4.2 Exemple : résolution du problème à l'aide du solveur iSAT	114
5.5 Observateur à horizon glissant pour la localisation de deux cibles mobiles	118
5.5.1 Estimation d'état à un horizon glissant	118
5.5.2 Formulation mathématique	119
5.5.3 Observateur à horizon glissant basé sur iSAT pour la localisation de deux personnes	119
5.6 Conclusion	128

5.1 Introduction

5.1.1 Revue de la littérature

La localisation en intérieur de plusieurs personnes représente un véritable défi pour les applications basées sur les réseaux de capteurs telles que la surveillance, la robotique mobile et la détection d'intrusions. Plusieurs travaux de recherches ont été menés, en fonction des technologies de capteurs, afin de proposer un panel de méthodes pour le suivi de plusieurs cibles. La majorité de ces méthodes sont basées sur l'estimation probabiliste.

Dans [Li and Hao [2008]], la localisation de plusieurs personnes est accomplie en utilisant un système sans fil distribué ou WDS (Wireless Distributed System) composé de capteurs pyroélectriques (PIR) dont les champs de détection ont été modulés à l'aide d'une matrice de lentilles de Fresnel. Des zones de détection ont été ainsi formées avec les différents champs de visibilité des capteurs pour faciliter la détection de plusieurs objets en mouvement.

Un système de suivi combinant des capteurs pyroélectriques et des capteurs RFID (Radio Fréquence Identification) a été développé dans [Luo and Chen [2013]] pour améliorer l'information sur la localisation de personnes et de robots et traiter le cas de l'existence de plusieurs cibles. Les erreurs de mesures issues des radio-fréquences sont réduites à l'aide d'une approche de triangulation dynamique. Ainsi, un algorithme d'inférence basé sur la borne de Cramér-Rao a pu être proposé pour obtenir des régions probables des cibles.

Dans [Jia and Xin [2014]], le suivi de plusieurs cibles est effectué par un filtre JPDAIF (Joint Probabilistic Data Association Information Filter). Dans le même contexte d'association probabiliste de données, un algorithme de suivi de plusieurs personnes a été proposé dans [Kamal et al. [2013]] en utilisant un réseau de caméras.

Un réseau ad-hoc a été utilisé dans [Roughan and Arnold [2007]] afin de fournir une estimation de position de plusieurs personnes en combinant les données issues des différents capteurs. L'algorithme de localisation est basé sur un calcul du maximum de vraisemblance par rapport à chaque nœud de capteur.

Dans [Sheng et al. [2005]], deux algorithmes séquentiels combinés, basés sur une approche de filtrage particulière, ont été développés pour la localisation et le suivi de plusieurs cibles dans un réseau de capteurs sans fil. Les algorithmes coopèrent avec un modèle de mélanges gaussiens ou GMM (Gaussian Mixture Model) pour réduire le nombre de particules et améliorer les performances du processus de localisation et de suivi.

De nombreux travaux de recherche sont basés sur la théorie du Compressive Sensing pour traiter le problème du positionnement de plusieurs cibles. Dans [Zhang et al. [2011]], la localisation et le comptage de cibles ont été considérés comme un signal parcimonieux à reconstruire en utilisant les techniques du Compressive Sensing. Une technique de Greedy Matching Pursuit (GMP), pouvant récupérer le signal parcimonieux avec une probabilité élevée, a été proposée pour localiser plusieurs personnes à partir d'un nombre réduit de mesures.

La même approche a été abordée dans [Feng et al. [2009]]. En effet, les positions de plusieurs cibles ont été données sous la forme d'une matrice creuse dans un espace d'état discret. Ensuite, l'algorithme de localisation utilise un nombre réduit de mesures de la puissance en réception d'un signal ou RSS (Received Signal Strength) et une technique basée sur la minimisation de la norme l_1 pour récupérer les positions des cibles.

Un algorithme utilisant un modèle pour la localisation de plusieurs personnes a été proposé dans [Danancher et al. [2013a]]. Ce modèle est obtenu en utilisant les paradigmes des systèmes à événements discrets pour la détection de mouvements de plusieurs habitants dans une maison intelligente.

5.1.2 Cadre ensembliste

Notre approche se situe dans le même contexte que [Li and Hao [2008]]-[Luo and Chen [2013]]. L'objectif est d'estimer des états qui correspondent à des zones de localisation de deux cibles mobiles dans un réseau de capteurs infrarouges. De plus, on s'intéresse à la détection de données aberrantes.

Les mesures des capteurs PIR sont des zones de détection qui peuvent être représentées par des ensembles. D'où le choix des méthodes ensemblistes pour l'estimation d'état. Dans le chapitre précédent, on a vu qu'il est possible d'utiliser une méthode ensembliste basée sur l'analyse par intervalles pour estimer une zone de localisation où la cible peut se trouver avec une certaine incertitude. Afin d'étendre cette approche à la localisation de deux cibles en intérieur, nous allons introduire une contrainte de conjonction de disjonctions. Cette contrainte, qui concerne les positions de deux cibles, est booléenne. En effet, en utilisant un réseau de capteurs infrarouges, chaque capteur activé prouve l'existence d'au moins une cible dans son champ de visibilité. La disjonction représente alors l'existence d'une personne ou une autre dans la zone de détection d'un capteur. La conjonction concerne la somme de toutes ces disjonctions en fonction du nombre de capteurs. Cette contrainte de conjonction de disjonctions peut être associée à la contrainte q -relaxée de mesures introduite au chapitre précédent afin

de caractériser les zones de localisation de deux cibles tout en détectant les données aberrantes.

Nous donnons, dans ce chapitre, une nouvelle formulation de type SAT (boolean Satisfiability problem) du problème de localisation de deux cibles. Nous présentons ensuite un outil de vérification de satisfiabilité du problème SAT ainsi que des résultats de localisation de deux cibles à partir de mesures réelles uniquement de type infrarouge acquises dans un Living Lab [Amri et al. [2015c]].

5.2 Problème de satisfiabilité

Étant donnée une proposition ou formule constituée de variables et opérateurs logiques, un problème de satisfiabilité booléenne ou SAT est défini comme le problème de l'existence d'une assignation qui rend cette proposition vraie. En effet, un problème SAT cherche si les variables de cette formule peuvent être remplacées par des valeurs VRAI ou FAUX afin de valider la proposition. Dans la suite, on rappelle les notions requises pour formuler un problème SAT, [Fränzle et al. [2007]]-[Hofstedt [2011]]-[Gao et al. [2010]]-[Chabert et al. [2009]].

5.2.1 Définitions

Le calcul des propositions ou la logique des propositions est une théorie qui a pour but d'étudier les relations logiques et l'enchaînement entre les propositions au moyen d'opérateurs logiques afin de produire un raisonnement valide.

Définition 5.1 Les opérateurs logiques sont des connecteurs qui permettent de construire des propositions plus élaborées. Les opérateurs logiques les plus utilisés sont :

- ET : représente la conjonction, notée \wedge
- OU : représente la disjonction, notée \vee
- NON : représente la négation, notée \neg

■

En plus de ces symboles, on utilise, pour lever les ambiguïtés dans les formules, des parenthèses, l'implication notée \rightarrow et l'équivalence notée \Leftrightarrow .

Définition 5.2 Les variables propositionnelles sont les variables qui constituent généralement un ensemble fini dénombrable. L'ensemble des variables propositionnelles est noté \mathcal{P} . Les variables propositionnelles sont dites aussi des propositions atomiques. ■

Définition 5.3 Un littéral est, soit bien une variable, dite littéral positif, soit la négation d'une variable, dite littéral négatif. ■

Exemple 1 : si on considère x_1 une variable propositionnelle, on a :

- x_1 est littéral positif
- $\neg x_1$ est littéral négatif

■

Définition 5.4 Une formule propositionnelle ou proposition est une formule construite par des variables propositionnelles et des connecteurs logiques. ■

Exemple 2 : si on considère P , Q et R des variables propositionnelles alors : $(P \wedge Q)$, $(P \vee Q)$, $(P \rightarrow Q)$, $(P \leftrightarrow Q)$ et $\neg P$, $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$, $(P \wedge \neg P)$, $(P \wedge Q) \vee R$ sont des propositions. ■

Définition 5.5 Une clause est une proposition constituée de disjonctions de la forme :

$$\bigvee_{i=1}^n v_i = v_1 \vee v_2 \vee \dots \vee v_n \quad (5.1)$$

où v_i sont des littéraux. Une clause d'ordre n est une disjonction d'au plus n littéraux. ■

Exemple 3 : si P et Q sont des littéraux alors :

- $P \vee \neg Q$ est une clause

■

Définition 5.6 Une forme normale conjonctive (FNC) ou CNF (Conjunction normal form) est définie comme la conjonction de clauses d'ordre n . ■

Exemple 4 : si P et Q et R sont des littéraux alors : $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge \neg P$ est une forme normale conjonctive. ■

5.2.2 Satisfiabilité

On dit qu'une formule logique donnée sous une forme normale conjonctive est satisfiable s'il est possible d'associer une valeur logique booléenne à chacune de ses variables afin que cette formule soit vraie.

Exemple 5 : On reprend la formule donnée par l'exemple 2. Cette forme normale conjonctive est vraie quand on assigne les valeurs FAUX pour P et FAUX pour Q . La valeur de R peut être arbitraire. En effet :

$$\begin{aligned} (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q \vee R) \wedge \neg P &= (\text{FAUX} \vee \neg \text{FAUX}) \wedge (\neg \text{FAUX} \vee \text{FAUX} \vee R) \wedge \neg \text{FAUX} \\ &= (\text{FAUX} \vee \text{VRAI}) \wedge (\text{VRAI} \vee \text{FAUX} \vee R) \wedge \text{VRAI} \\ &= \text{VRAI} \wedge \text{VRAI} \wedge \text{VRAI} \\ &= \text{VRAI} \end{aligned}$$

■

Exemple 6 : La formule $P \wedge \neg P$ est insatisfiable, car si on assigne la valeur VRAI à P on a : $(\text{VRAI} \wedge \neg \text{VRAI}) = (\text{VRAI} \wedge \text{FAUX}) = \text{FAUX}$. Et si on assigne la valeur FAUX à P on obtient : $(\text{FAUX} \wedge \neg \text{FAUX}) = (\text{FAUX} \wedge \text{VRAI}) = \text{FAUX}$ ■

5.2.3 Problème SAT

Le problème de satisfiabilité booléenne SAT est défini comme suit : *étant donnée une forme conjonctive normale F , est ce qu'on peut trouver une affectation à chacun de ses littéraux pour que F soit satisfiable et quelle serait l'affectation des variables satisfaisante à la forme conjonctive normale F , le cas échéant ?*

Le but de ce problème n'est pas seulement de chercher la décision "oui" ou "non", mais de chercher en plus l'affectation des variables qui satisfait toutes les contraintes de F .

Un problème SAT est d'ordre n , dit problème n -SAT, s'il correspond à une conjonction de clauses d'ordre n . En général, un problème n -SAT est un problème NP-complet, [Van Harmelen et al. [2008]].

Il existe plusieurs algorithmes polynomiaux pour résoudre le problème 2-SAT. Par contre, il n'y a aucun algorithme polynomial pour résoudre un problème n -SAT, pour $n \geq 3$. Des solveurs ont toutefois été développés au cours de la dernière décennie afin de résoudre certains problèmes présentant un grand nombre de variables et contraintes dans les domaines d'application suivants :

- Le diagnostic des systèmes statiques : ce problème consiste à déterminer si un système a un comportement défectueux étant donnée l'observation de ses entrées.
- La planification classique : ce problème consiste à trouver une séquence d'actions menant d'un état du système à un ensemble d'états.
- Le model checking : ce problème concerne la vérification des propriétés d'un système dynamique.

Ces problèmes peuvent être traduits en une formule de logique propositionnelle et les algorithmes SAT peuvent les résoudre efficacement. Parmi ces algorithmes, on distingue essentiellement deux classes :

- L'apprentissage de clauses par conflits : le principe de solveurs de type CDCL (Conflict-Driven Clause Learning) est de mener une recherche par retour en arrière (backtracking) en cas de conflit pour explorer l'espace des assignations et trouver l'affectation qui rend le problème satisfiable. Les solveurs les plus connus de cette classe sont : ModernSAT, ManySAT, MiniSAT et iSAT que nous utiliserons dans notre travail.

- La recherche locale : le principe de cette approche est de modifier certaines évaluations, à partir d'une assignation de toutes les variables, afin de réduire le nombre de clauses non satisfaites.

Dans la suite, on montrera qu'il est possible de présenter le problème de localisation de plusieurs personnes sous la forme d'un problème SAT. Ensuite, on aborde un outil solveur, dit iSAT, permettant de vérifier la satisfiabilité de ce problème SAT associé à une contrainte de q -relaxation pour la localisation de plusieurs personnes.

5.3 L'outil solveur iSAT

L'outil solveur iSAT a été introduit par [Fränzle et al. [2007]] dans le but de vérifier des combinaisons booléennes de contraintes. Ce solveur peut être considéré comme une association de deux approches. La première utilise le principe du solveur ModernSAT évoqué dans le paragraphe 5.2.3. La deuxième approche est la propagation de contraintes intervalles. En effet, pour résoudre un problème SAT donné sous la forme de conjonction de disjonctions de clauses, la procédure conventionnelle est de traiter la conjonction et les disjonctions séparément. Un solveur SAT affecte des valeurs aux variables propositionnelles des clauses puis transmet le résultat de conjonction pour vérifier la satisfiabilité de la formule. En utilisant l'algorithme iSAT, on assigne, à chaque instant, un intervalle à toutes les variables même celles de type booléen. L'idée de base de iSAT est de traiter les branches en effectuant un découpage de ces intervalles, [Scheibler et al. [2013]].

L'outil solveur iSAT fonctionne en alternant deux étapes :

- L'étape de décision qui choisit une variable arbitrairement en découpant l'intervalle actuel qui la représente. Le découpage s'effectue au centre de l'intervalle et la partie inférieure ou supérieure est temporairement écartée. Le solveur ignore la partie écartée de l'espace de recherche jusqu'à ce que la décision ne soit pas assurée. Cette partie ignorée sera prise en compte en effectuant un retour en arrière (backtracking).
- L'étape de déduction qui suit chaque étape de décision. Durant cette étape, le solveur explore les conséquences de la décision précédente. La phase de déduction peut conduire à un conflit, c.-à.-d à l'ensemble vide.

L'outil solveur iSAT a deux modes de fonctionnement :

1. Vérification de la satisfiabilité d'une formule SF (Single Formula). La syntaxe de ce mode est composée de deux parties comme suit :
 - a) DECL : la première section concerne la déclaration des variables et leurs intervalles.
 - b) EXPR : la deuxième section contient la formule propositionnelle à résoudre.
2. Vérification de modèle BMC (Bounded Cheking Model) qui consiste à vérifier un système dynamique sur un horizon de longueur k . La syntaxe de ce mode est composée de quatre parties :
 - a) DECL : comme pour le mode SF, cette section concerne la déclaration des variables et leurs domaines initiaux.
 - b) INIT : cette partie décrit les états initiaux du système à étudier.
 - c) TRANS : cette section décrit la relation de transition du système. Les variables notées x' désignent leurs valeurs à l'instant suivant.
 - d) TARGET : cette formule concerne les états dont l'atteignabilité est à vérifier.

5.4 Problème SAT pour la localisation de deux cibles mobiles

5.4.1 Formulation du problème

Supposons que l'on ait deux personnes P_1 et P_2 à localiser dans un réseau de capteurs infrarouges. Dans un tel système, chaque capteur S_i a un champ de détection B_i , $i \in \{1, N\}$. Quand une personne P_1 ou P_2 se déplace, les capteurs infrarouges sont activés. Ainsi, on obtient une liste de zones de détection B_i représentant les capteurs S_i ayant réagi.

Le problème consiste à connaître le capteur activé et identifier la personne en mouvement dans son champ de détection. Ce problème peut être formulé par une contrainte de disjonction. En effet, si un capteur S_i est activé, au moins une des deux personnes P_1 ou P_2 est dans sa zone de détection. Cette contrainte peut s'écrire sous la forme d'une clause comme suit :

$$(P_1 \in B_i) \vee (P_2 \in B_i) \quad (5.2)$$

Pour un nombre N de capteurs activés, le problème est considéré comme la conjonction de N clauses de type (5.2) et peut être donné sous la forme normale conjonctive suivante :

$$\bigwedge_{i=1}^N ((P_1 \in B_i) \vee (P_2 \in B_i)) \quad (5.3)$$

La contribution dans ce chapitre réside dans l'association de cette formule à l'intersection q -relaxée. En effet, l'équation (5.3) n'est vraie qu'en absence de données aberrantes. En tenant compte de ces défauts de mesures et sous l'hypothèse de l'existence d'au plus q données aberrantes parmi les N mesures de capteurs activés, l'équation (5.3) s'écrit de la manière suivante :

$$\bigwedge_{i=1..N}^{\{q\}} ((P_1 \in B_i) \vee (P_2 \in B_i)) \quad (5.4)$$

où $\bigwedge_{i=1..N}^{\{q\}}$ désigne la conjonction de $N - q$ clauses.

L'équation (5.4) peut être étendue au cas d'un nombre arbitraire M de personnes comme suit :

$$\bigwedge_{i=1..N}^{\{q\}} \bigvee_{j=1}^M (P_j \in B_i) \quad (5.5)$$

L'équation (5.4) peut s'écrire aussi de la forme :

$$\begin{cases} \text{Prop}_i & \Leftrightarrow ((P_1 \in B_i) \vee (P_2 \in B_i)) \\ \sum_{i=1}^N \text{Prop}_i & \geq N - q \end{cases} \quad (5.6)$$

où Prop_i est la proposition représentant la $i^{\text{ème}}$ contrainte que la personne P_1 ou P_2 se trouve dans le champ de détection du $i^{\text{ème}}$ capteur.

L'équation (5.6) montre qu'un nombre q de propositions Prop_i peuvent être insatisfiables en supposant qu'il existe au plus q données aberrantes.

5.4.2 Exemple : résolution du problème à l'aide du solveur iSAT

Dans ce paragraphe, on montre l'implémentation du problème de localisation de deux cibles mobiles avec l'algorithme iSAT associé à l'intersection q -relaxée dans le mode SF. Plus particulièrement on suppose qu'il y a deux personnes à localiser à un instant donné en disposant de 5 mesures de type infrarouge représentées par des boîtes intervalles comme le montre la Figure 5.1. En utilisant la formule (5.6) et la syntaxe du

mode SE, on aura l'algorithme suivant :

```
DECL
- The range of each variable has to be bounded.
float [0, 10] P1x, P1y; - First person's coordinates
float [0, 10] P2x, P2y; - Second person's coordinates

define lb1x, ub1x, lb1y, ub1y; - Bounds of the measurement 1.
define lb2x, ub2x, lb2y, ub2y; - Bounds of the measurement 2.
define lb3x, ub3x, lb3y, ub3y; - Bounds of the measurement 3.
define lb4x, ub4x, lb4y, ub4y; - Bounds of the measurement 4.
define lb5x, ub5x, lb5y, ub5y; - Bounds of the measurement 5.

boole p11, p12, p1, p21, p22, p2, p31, p32, p3, p41, p42, p4, p51, p52,
p5; - Boolean variables

int q; - Given number of outliers

EXPR
- Constraints to be solved.

- Boolean to test if measurement 1 contains P1 or P2.

p11 <-> ( lb1x <= P1x <= ub1x ) or ( lb1x <= P2x <= ub1x );
p12 <-> ( lb1y <= P1y <= ub1y ) or ( lb1y <= P2y <= ub1y );
p1 = p11 and p12;

- Boolean to test if measurement 2 contains P1 or P2.

p21 <-> ( lb2x <= P1x <= ub2x ) or ( lb2x <= P2x <= ub2x );
p22 <-> ( lb2y <= P1y <= ub2y ) or ( lb2y <= P2y <= ub2y );
p2 = p21 and p22;

- Boolean to test if measurement 3 contains P1 or P2.

p31 <-> ( lb3x <= P1x <= ub3x ) or ( lb3x <= P2x <= ub3x );
p32 <-> ( lb3y <= P1y <= ub3y ) or ( lb3y <= P2y <= ub3y );
p3 = p31 and p32;

- Boolean to test if measurement 4 contains P1 or P2.

p41 <-> ( lb4x <= P1x <= ub4x ) or ( lb4x <= P2x <= ub4x );
p42 <-> ( lb4y <= P1y <= ub4y ) or ( lb4y <= P2y <= ub4y );
p4 = p41 and p42;

- Boolean to test if measurement 5 contains P1 or P2.

p51 <-> ( lb5x <= P1x <= ub5x ) or ( lb5x <= P2x <= ub5x );
p52 <-> ( lb5y <= P1y <= ub5y ) or ( lb5y <= P2y <= ub5y );
p5 = p51 and p52;

- Boolean test measurements' consistency.

p1 + p2 + p3 + p4 + p5 >= 5 - q.
```

Le but de cet exemple est de trouver les zones de localisation de deux cibles en détectant d'éventuels défauts de mesures. Initialement, chaque variable est représentée par un intervalle comme défini dans la section DECL (Figure 5.2). La section EXPR décrit les propositions ou clauses relatives à chaque mesure. La contrainte finale à satisfaire est la conjonction de toutes les propositions sous l'hypothèse de l'existence de q mesures

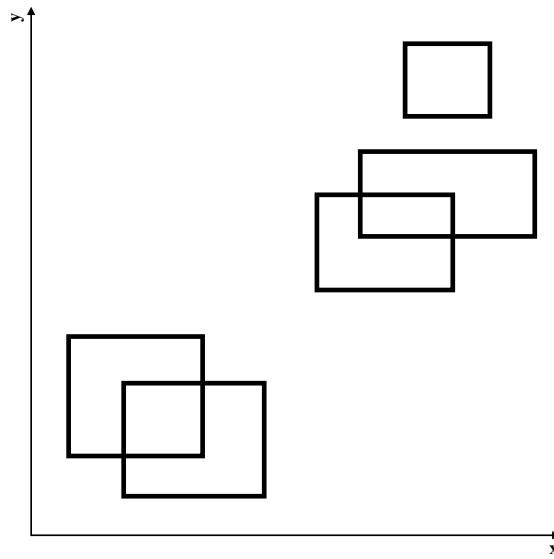


FIGURE 5.1 – Les mesures fournies par les capteurs infrarouges

aberrantes au plus.

Pour $q = 0$, aucun point vecteur ne pourrait être obtenu pour satisfaire toutes les propositions $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5\}$. Le solveur retourne "UNSATISFIABLE" pour signifier que la formule (5.6) ne peut pas être satisfaite. Le solveur peut retourner aussi "UNKNOWN" quand une solution approximative peut être fournie. Ceci justifie l'introduction d'une contrainte de q -relaxation. Pour $q = 1$, une proposition peut être enfreinte. Dans ce cas, le solveur retourne "SATISFIABLE" pour signifier que la formule (5.6) peut être satisfaite et qu'on peut assigner un intervalle réduit ou singletons pour chaque variable. En plus, on obtient les deux positions retrouvées par iSAT sous forme de points. Les zones de localisation de deux personnes correspondent alors à l'intersection des mesures cohérentes avec ces deux points. La mesure qui correspond à la proposition enfreinte p_5 est identifiée comme donnée aberrante (Figure 5.3).

Dans cet exemple, on a vu que le problème de localisation de deux cibles mobiles peut être considéré comme un problème SAT associé à une contrainte de q -relaxation pour palier aux défauts de mesures. Par ailleurs, le mode SF a été proposé pour résoudre le problème ainsi formulé à un instant donné. Dans le but d'estimer les zones de localisation de plusieurs personnes à des instants successifs, on montre par la suite qu'il est possible d'utiliser le mode BMC du solveur iSAT pour l'estimation d'état sur un horizon glissant.

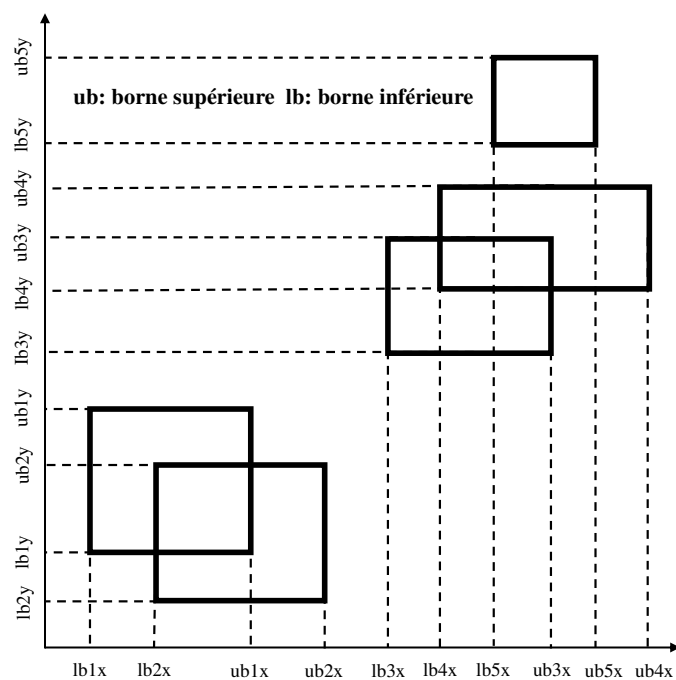


FIGURE 5.2 – Représentation des variables par des intervalles

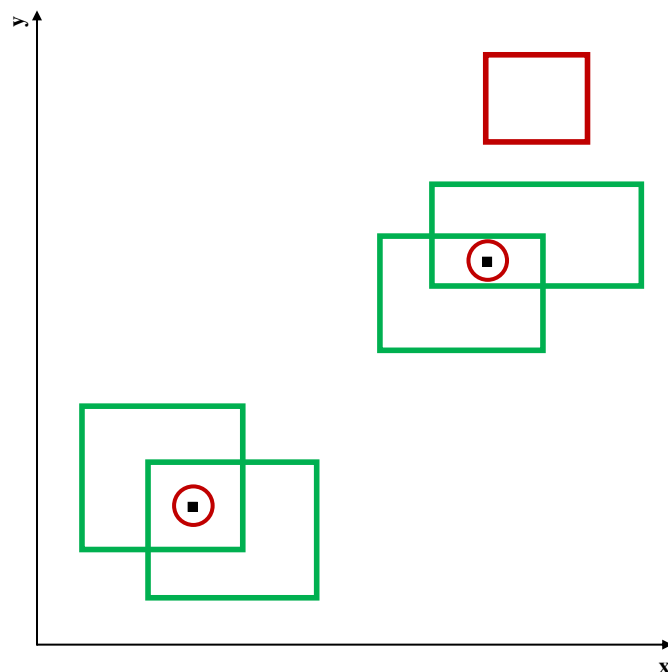


FIGURE 5.3 – Les positions des deux cibles retrouvées par iSAT

5.5 Observateur à horizon glissant pour la localisation de deux cibles mobiles

5.5.1 Estimation d'état à un horizon glissant

L'estimation d'état à horizon glissant ou MHSE (Moving Horizon State Estimation) est une approche qui consiste à minimiser globalement l'écart entre la prédiction de l'état et sa vraie valeur sur un horizon de temps glissant prédéfini. La méthode MHSE utilise la dynamique du système, l'historique des observations sur une fenêtre de dimension N et un critère d'optimisation pour produire l'état estimé à l'instant courant, Figure 5.4. L'idée de base de cette approche est de glisser l'horizon d'un pas à chaque fois qu'on a une nouvelle observation [Raïssi et al. [2005]]-[Héctor-Moisés [2002]].

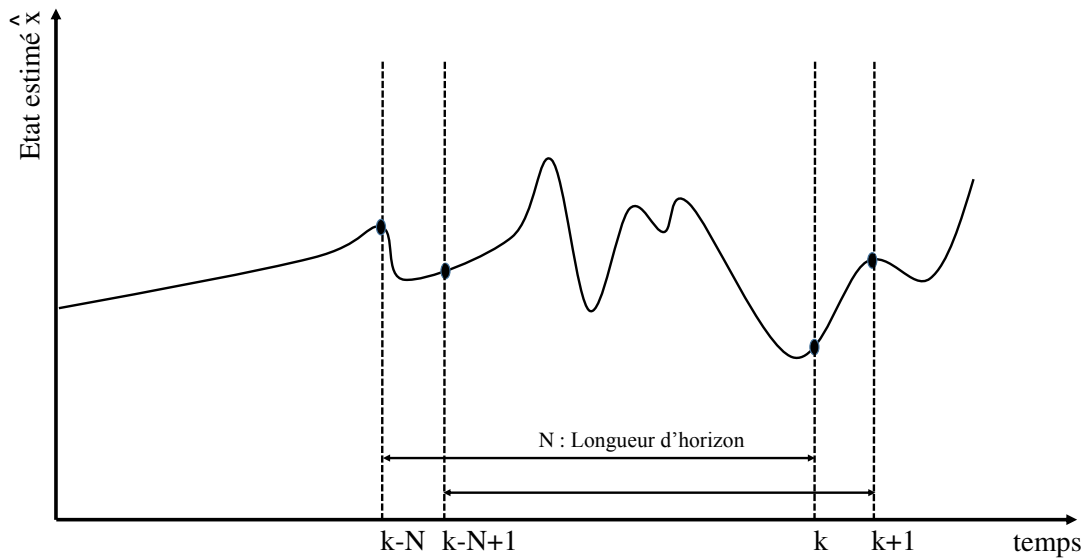


FIGURE 5.4 – Estimation d'état à horizon glissant

Dans un contexte à erreurs bornées, un observateur ensembliste doit être capable de déterminer un ensemble borné contenant l'état estimé et cohérent avec les mesures. La Figure 5.5 montre le principe de l'estimation d'état à horizon glissant basée sur des intervalles. Dans ce cadre ensembliste, on ne cherche pas à minimiser l'écart sur l'état estimé mais à obtenir un domaine admissible qui le contient. Le principe de l'observateur à horizon glissant basé sur l'analyse par intervalles consiste à combiner une approche prédiction/correction avec un contracteur tel que le contracteur de Newton ou le contracteur par propagation-rétropropagation [Raïssi [2004]].

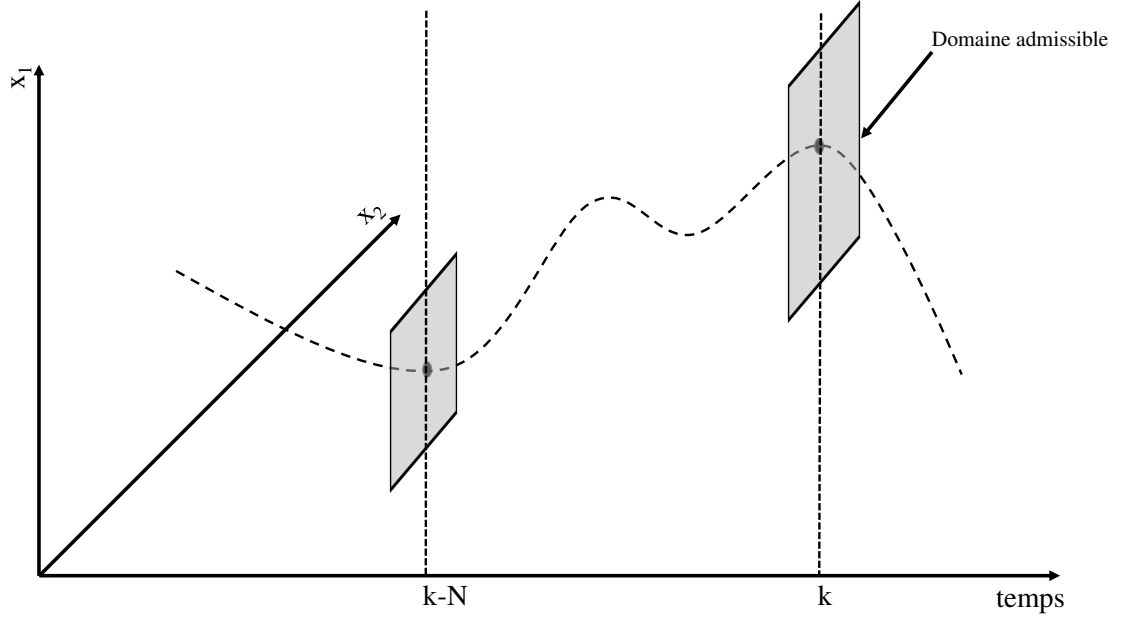


FIGURE 5.5 – Observateur ensembliste à horizon glissant

5.5.2 Formulation mathématique

Le modèle du système de deux cibles à localiser peut être donné par le même système décrit dans le paragraphe 4.3.1 du chapitre 4 comme suit :

$$\begin{cases} c_{k+1} &= (p(z_{k+1}) \wedge (f_1(c_k) + \omega_{1k})) \vee (\neg p(z_{k+1}) \wedge (f_2(c_k) + \omega_{2k})) \\ z_{k+1} &= h(c_{k+1}) + v_{k+1} \end{cases} \quad (5.7)$$

avec $c_k = (c_{1k}, c_{2k})^T$ est le vecteur d'état qui décrit la position des deux cibles c_1 et c_2 , où :

$$\begin{cases} c_{1k} &= (x_{1k}, y_{1k}) \\ c_{2k} &= (x_{2k}, y_{2k}) \end{cases} \quad (5.8)$$

En utilisant une approche ensembliste basée sur l'analyse par intervalles, le but de notre observateur à horizon glissant est de trouver les pavés $[c_{1k}] = ([x_{1k}] \times [y_{1k}])$ et $[c_{2k}] = ([x_{2k}] \times [y_{2k}])$ qui représentent les zones de localisation englobant les vraies positions de deux cibles à chaque instant k pendant une fenêtre de temps prédéfinie.

5.5.3 Observateur à horizon glissant basé sur iSAT pour la localisation de deux personnes

Dans cette partie, on exploite le mode BMC de l'algorithme iSAT. Ce mode est conçu pour vérifier la satisfiabilité des systèmes dynamiques sur un horizon de longueur k . En exploitant le fait que le déplacement d'une cible bascule entre deux modes : l'immobilité et le mouvement, on peut utiliser le mode BMC pour estimer la position de deux cibles

sur une fenêtre de temps k . L'algorithme suivant, basé sur le mode BMC de l'outil solveur iSAT, décrit un observateur à horizon glissant pour estimer la position de deux cibles en déplacement. Il se compose de quatre sections.

La première section "DECL" concerne la déclaration des variables. Dans notre cas, les variables sont :

1. Modes du système :
 - a) "Mode_immobility" : en absence d'événement de mesure.
 - b) "Mode_movement" : à la détection d'un nouvel événement de mesure.
2. Les coordonnées des cibles sur les axes des abscisses : " P_{1x} et P_{2x} " appartenant à l'intervalle $[0, x_{max}]$ et des ordonnées : " P_{1y} et P_{2y} " appartenant à l'intervalle $[0, y_{max}]$, où x_{max} et y_{max} sont des paramètres à définir.
3. La vitesse des deux cibles : "speed" appartenant à l'intervalle $[-v_{max}, +v_{max}]$, avec v_{max} un paramètre à définir.
4. L'horizon temporel : "time" appartenant à l'intervalle $[0, Max_time]$, avec Max_time un paramètre à définir.
5. Les variables régies par l'occurrence de l'événement de mesure :
 - a) "Event_i_time" : l'instant d'occurrence de la mesure.
 - b) "Seen_event_i" : proposition logique indiquant l'occurrence d'un événement de mesure.avec $i \in [0, m]$ et m est le nombre total des événements de mesure.
6. Les propositions logiques "Prop_j_event_i" utilisées pour effectuer le test d'appartenance d'une personne à la zone de détection d'un capteur donné, avec $i \in [0, m]$ et $j \in [0, n]$, n étant le nombre de capteurs.
7. Les bornes inférieures, " $lb_j_x_i$ " et " $lb_j_y_i$ ", et supérieures, " $ub_j_x_i$ " et " $ub_j_y_i$ ", des boites correspondant aux zones de détection des capteurs j activés à chaque événement de mesure i .
8. Le nombre de données aberrantes "q" autorisées sur tout l'horizon d'observation, " q_0 " est le nombre de données aberrantes lors de la première observation.

```
DECL

- System modes.
boole mode_movement;
boole mode_immobility;

- The two targets coordinates.
define  $x_{max} = x_{max}$ ;
define  $y_{max} = y_{max}$ ;
float [0,  $x_{max}$ ] P1x, P2x;
float [0,  $y_{max}$ ] P1y, P2y;

- The target's speed.
float [ $-v_{max}$ ,  $+v_{max}$ ] speed;

- The time horizon.
define Max_time = Max_time;
define Delta_time = Delta_time;
float [0, Max_time] time;

- Measurement events ( $1 \leq i \leq m$ ).
define EVENT_i_TIME =  $t_i$ ;
boole seen_event_i;
float [0, Max_time] next_event_time;

- Measurement bounds.
define lb_j_x_i = lb_j_x_i;
define lb_j_y_i = lb_j_y_i;
define ub_j_x_i = ub_j_x_i;
define ub_j_y_i = ub_j_y_i;

- Number of outliers.
define q = q_max;
define  $q_0 = q_0$ ;
```

La deuxième section "INIT" concerne l'initialisation des variables comme suit :

- Le temps "time" est initialisé à 0 et le premier événement de mesure correspond à celui qui s'est produit à $t = \text{"event_1_time"}$.
- Chaque événement de mesure est labellisé par son temps d'occurrence : "event_i = event_i_time".
- Aucun des événements de mesure ne s'est produit à $t = 0$, ("seen_event_j = 0").
- On suppose que le mode de mouvement est actif ("mode_movement = 1" et "mode_immobility = 0")

- Les premières positions des deux personnes sont données par la résolution du problème de satisfiabilité de la conjonction à $t = 0$:

$$\bigwedge_{j=1}^n (Prop_j_event_0) = n - q_0. \quad (5.9)$$

```

INIT

- Time initialization.
time = 0;

- Measurements initialization.
next_event_time = EVENT_1_TIME;
- For  $1 \leq i \leq m$ 
!seen_event_i;

- First mode.
mode_movement;
!mode_immobility;

- First position.
Prop_j_event_0 <-> ( lb_j_x <= P1x <= ub_j_x ^ lb_j_y <= P1y <= ub_j_y )
^ ( lb_j_x <= P2x <= ub_j_x ^ lb_j_y <= P2y <= ub_j_y );

 $\bigwedge_{j=1}^n (Prop\_j\_event\_0) \geq n - q_0.$ 

```

La troisième section "TRANS" concerne la transition d'un instant k à un instant $k + 1$. Cette phase est décrite comme suit :

- Le temps est incrémenté de "delta_time".
- Un des deux modes, immobilité ou mouvement, est exclusivement actif. On suppose aussi que les deux cibles bougent en même temps.
- Si le temps $k + 1$ correspond au temps d'occurrence d'un événement de mesure alors le mode de mouvement est actif sinon le mode d'immobilité est actif.
- Dans le cas du mode d'immobilité, les positions à l'instant actuel $k + 1$ sont identiques à celles à l'instant précédent k .
- Dans le cas du mode de mouvement, les positions à l'instant actuel $k + 1$ sont prédites en appliquant la contrainte du modèle de mobilité.
- Les contraintes de mesures correspondant aux capteurs activés sont appliquées pour affiner les positions précédemment prédites par le modèle de mobilité.

TRANS

```

- Time increment.
time' = time + delta_time;

- Next mode.
mode_movement' + mode_immobility' = 1;
time' = next_event_time -> mode_movement;
time' != next_event_time -> mode_immobility;

- Case of the immobility mode.
mode_immobility -> P1x'=P1x and P1y'=P1y and P2x'=P2x and P2y'=P2y;

- Case of the movement mode.
mode_movement -> P1x'=P1x + delta_time*speed and P1y'=P1y + delta_
time*speed and P2x'=P2x + delta_time*speed and P2y'=P2y + delta_
time*speed;

- Measurement constraints.
Prop_j_event_i <-> ( lb_j_x <= P1x <= ub_j_x ^ lb_j_y <= P1y <= ub_j_y )
v (lb_j_x <= P2x <= ub_j_x ^ lb_j_y <= P2y <= ub_j_y);
Seen_event_i <-> Time = EVENT_i_TIME;

```

La quatrième section "TARGET" concerne les conditions à vérifier pour assurer la satisfiabilité du problème SAT. Cette phase est décrite comme suit :

- Tous les événements de mesure doivent être observés sur l'horizon prédéfini.
- La satisfiabilité de toutes les conjonctions associée à la contrainte q -relaxée doit être vérifiée.

TARGET

```

- measurement events.
 $\bigwedge_{i=1}^m (\text{seen\_event\_i});$ 

- Satisfiability of the q-relaxed conjunction.
 $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \text{Prop\_j\_event\_i} \geq (m \times n) - q$ 

```

Pour appliquer cet algorithme, un scénario réel a été effectué au Living Lab "GIS MADONAH". La disposition des capteurs et le zonage de la chambre sont identiques à ceux présentés dans la section 4.2.1 du chapitre précédent. Le scénario étudié consiste en des déplacements de deux personnes dans la chambre : un résident et un tiers. Au début, chacune des deux personnes se déplace séparément dans une partie de la chambre puis les deux personnes se rejoignent. Ensuite, le tiers aide à mettre le résident au lit puis sort de la chambre. Les positions estimées par l'observateur, sur un horizon de $[0, 55]$, sont des intervalles réduits à des points. Les zones de localisation correspondent à l'intersection des mesures consistantes avec les position estimées.

Dans la Figure 5.6, une première partie du scénario est présentée : deux personnes se déplacent séparément. Le résident part du lit et se dirige vers le couloir en traversant les zones G et F. En même temps, un tiers entre dans la chambre et se dirige vers le couloir en traversant les zones G et E. Les deux personnes se rejoignent à l'instant $t = 25s$. La seconde partie du scénario est donnée par la Figure 5.7 : les deux personnes se déplacent ensemble et se dirigent vers le lit en traversant les zones E, C et A. Dans la Figure 5.8, une troisième partie du scénario est présentée : la première personne reste au niveau du lit et la deuxième personne quitte la chambre en traversant les zones C, E et G.

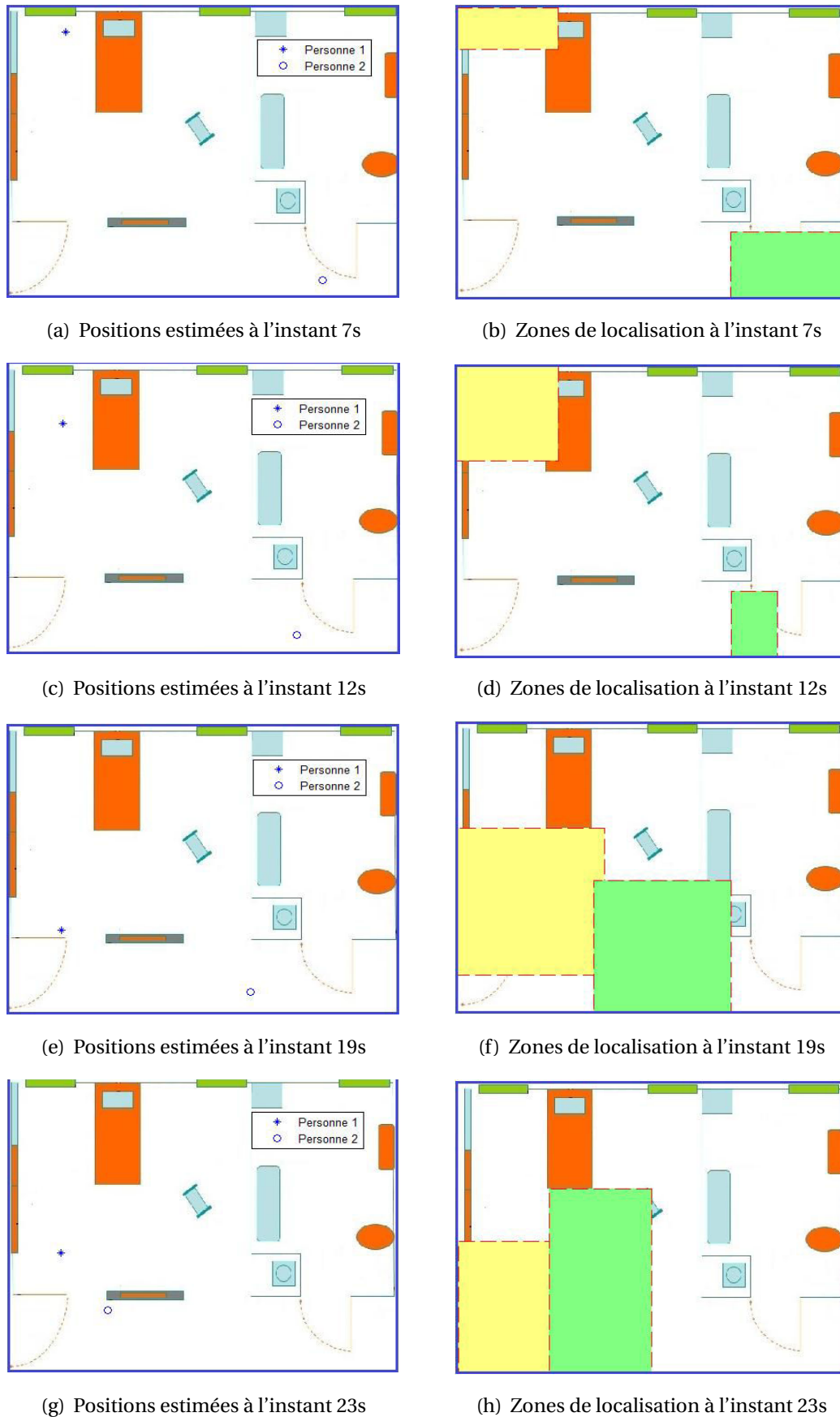


FIGURE 5.6 – Partie 1 du scénario : Les deux personnes se déplacent séparément. Le résident marche à partir du lit jusqu'au couloir en traversant les zones B, D et F. En même temps, un tiers entre dans la chambre et traverse les zones G et E pour aller dans le couloir. Les deux personnes se croisent à l'instant $t = 25s$

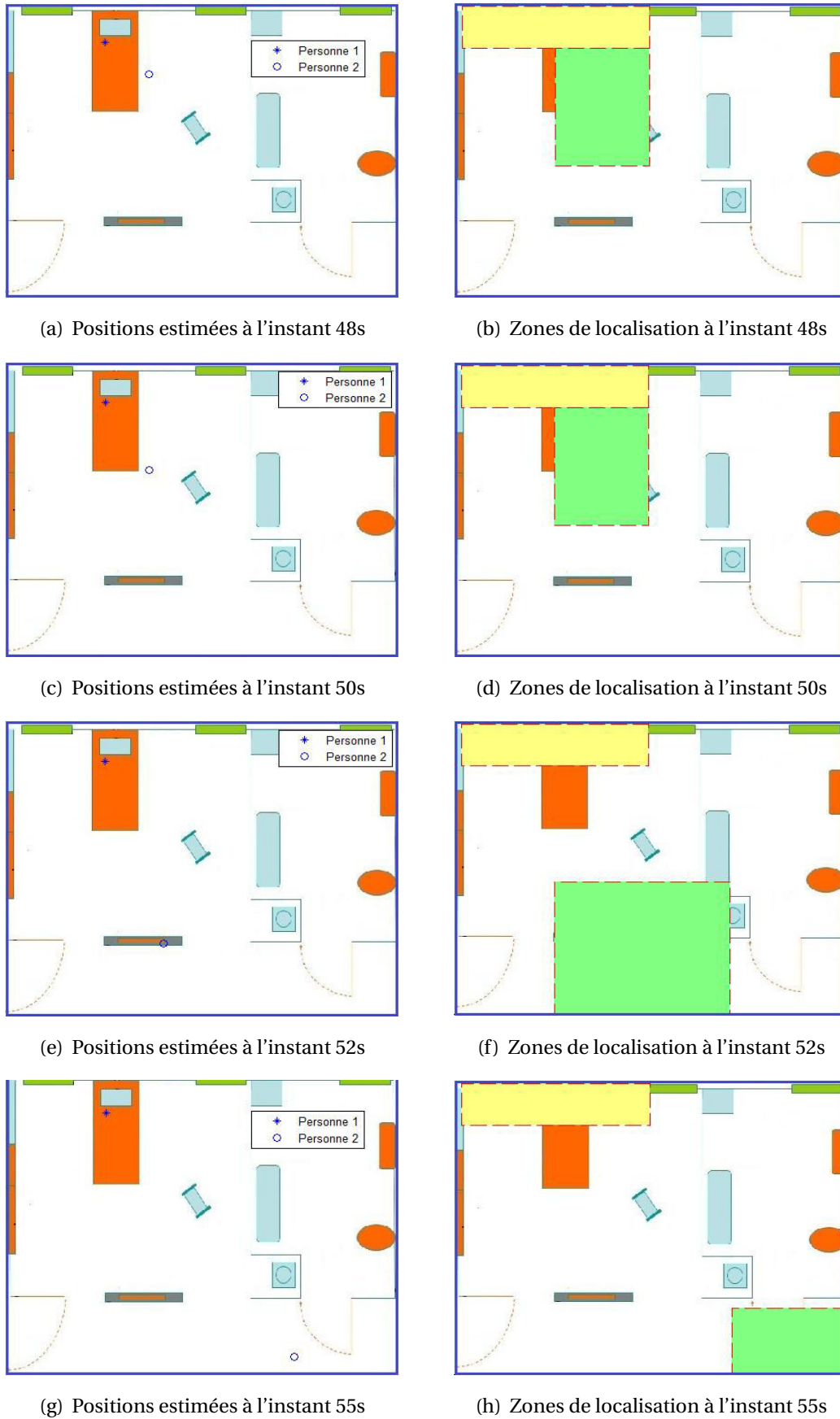


FIGURE 5.8 – Partie 3 du scénario : La première personne reste allongée sur le lit et la deuxième personnes quitte la chambre en traversant les zones C,E et G.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle approche pour la localisation de deux cibles mobiles est proposée. La méthode est une extension de notre technique ensembliste pour la localisation d'une seule personne en intérieure en y associant une contrainte de disjonction. Cette contrainte de disjonction décrit la présence d'au moins une personne dans le champ de détection d'un capteur infrarouge donné. Pour prendre en compte tous les capteurs, cette contrainte est étendue en une forme normale conjonctive. Afin de tenir compte de la présence d'un certain nombre de données aberrantes, on relâche cette contrainte en y combinant une contrainte de q -relaxation. La localisation de deux cibles mobiles est ainsi formulée comme un problème SAT. Pour vérifier la satisfiabilité de ce problème, nous utilisons le solveur iSAT. Un observateur à horizon glissant a ensuite été introduit pour estimer les positions de deux personnes en déplacement. Les performances de cet algorithme ont été évaluées à travers un scénario expérimental dans un Living Lab.

Chapitre 6

Conclusion générale

Mes travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre du projet FUI 14 FEDER Collectivités E-monitor'âge, dont le but est d'améliorer la prise en charge individualisée et assurer la sécurité des résidents des EHPAD (établissements d'hébergement pour personnes âgées dépendantes). L'objectif de ma thèse étant d'élaborer une méthode de fusion de données multimodales robuste par rapport aux défauts de capteurs pour la localisation des personnes en intérieur et le suivi de leurs activités journalières.

Dans ces travaux, les capteurs sont soumis à des incertitudes inconnues que l'on suppose uniquement bornées. Par conséquent, les mesures sont décrites par des zones tenant compte de ces erreurs bornées. Une méthode d'estimation d'état, basée sur des calculs ensemblistes, en particulier l'analyse par intervalles, a été ainsi proposée. L'algorithme de filtrage ensembliste comporte deux étapes. La première, dite de prédiction, est basée sur l'utilisation d'un modèle de marche aléatoire avec des hypothèses minimales (vitesse de déplacement maximale) pour prédire la zone où se trouve la personne. La deuxième étape, dite de correction, consiste à utiliser la mesure pour affiner cette zone. Cette étape utilise une technique de propagation de contraintes relâchée, *q-relaxed intersection*, pour permettre une meilleure robustesse par rapport aux données aberrantes. Notre algorithme est capable de quantifier, par un intervalle, l'incertitude commise sur la position de la personne tout en détectant les défauts de capteurs.

Pour valider la méthode proposée, nous avons conçu et installé un réseau de capteurs non intrusifs dans le Living Lab (GIS MADONAH) de l'EHPAD Bellevue de Bourges. Les résultats s'avèrent encourageants et nous ont permis de valider expérimentalement les algorithmes de localisation ensemblistes que nous avons développés. En effet, nous avons évalué les performances de la méthode proposée à travers un réseau de capteurs pyroélectriques qui fournissent des données binaires générées par le mouvement de la personne à localiser. Ces informations ont été combinées avec des données continues assurées par des tags RFID (Radio Frequency Identification), RSSI (Received Signal Strength Indication) ou UWB (Ultra Wide Band). Tous ces capteurs mesurent la distance entre les émetteurs et la personne à localiser à partir de la puissance du signal reçu ou de la vi-

tesse de propagation des ondes électromagnétiques. Une méthode de triangulation qui exploite ces distances a été appliquée. Dans un contexte conventionnel, la position de la cible est déterminée par l'intersection d'au moins trois cercles dont les rayons sont les distances précédemment obtenues. Dans un contexte à erreur bornée la position de la personne est déterminée par l'intersection d'au moins trois anneaux dont les rayons sont les mêmes que les cercles de la triangulation conventionnelle et dont les épaisseurs sont les incertitudes liées à ces distances.

Sur la base de ces travaux, les perspectives de recherches peuvent s'articuler autour de différents points :

- Envisager une méthode de détection active pour suivre la direction de la personne à localiser. Pour ce faire, il faudra déterminer le choix du capteur à utiliser ainsi que la stratégie du contrôle de son orientation. Une telle approche permettra de réduire la complexité du processus de localisation et d'augmenter la rapidité de la détection. Cela revient aussi à résoudre un problème d'optimisation selon un critère donné tel que la consommation d'énergie ou le volume de la base de données. Les paramètres d'optimisation envisagés sont la position, la nature et le nombre des capteurs à utiliser.
- Optimiser la configuration et le placement des capteurs en fonction de la précision désirée des zones de localisation. En effet, notre méthode actuelle fournit une précision des zones de localisation a posteriori, à partir d'un réseau de capteurs déjà installé. Il serait intéressant de faire le chemin inverse et de déterminer un ensemble de positions de capteurs de façon à garantir une précision de localisation donnée. Une solution pourrait être envisagée en utilisant des algorithmes d'inversion ensembliste.
- Les performances des méthodes de localisation peuvent être altérées par la présence de plusieurs personnes en plus du résident. Nous avons étudié la faisabilité d'une méthode combinant la propagation de contraintes relâchée avec un critère de satisfaisabilité pour la localisation de deux personnes dans un habitat muni d'un réseau de capteurs infrarouges. Nous souhaitons étendre cette méthode à la localisation de plus de deux personnes.
- Pour valider ces différentes méthodes, j'envisage de contribuer à la mise en place d'un benchmark, dans les locaux de HEPHAISTOS à l'INRIA, visant à localiser, d'une manière sporadique, ses occupants et à les identifier. Différentes modalités de détection (barrières infrarouges, capteurs à orientation contrôlée, etc.) pourront être combinées aux données provenant de lecteurs optiques déjà présents. De telles

informations seront utiles pour identifier les activités des personnes, à un instant donné, voire estimer leurs vitesses de déplacement.

En résumé, mon objectif est de concevoir une méthode de localisation de plusieurs personnes à partir de mesures multimodales provenant d'un réseau de divers capteurs, conçu d'une façon à garantir une précision de localisation donnée, tout en détectant les mesures aberrantes.

Références

- Abdallah, F., Gning, A., and Bonnifait, P. (2008). Box particle filtering for nonlinear state estimation using interval analysis. *Automatica*, 44(3) :807–815. [27](#)
- Abidi, M. A. and Gonzalez, R. C. (1992). *Data fusion in robotics and machine intelligence*. Academic Press Professional, Inc. [19](#)
- Adrot, O. and Flaus, J. (2008). Fault detection based on uncertain models with bounded parameters and bounded parameter variations. *identity*, 1 :1. [96](#)
- Amri, M.-H., Aurby, D., Becis, Y., and Ramdani, N. (2015a). Robust fault detection and isolation applied to indoor localization. *Proceedings of the 9th IFAC SafeProcess*, pages 440–445. [97](#)
- Amri, M.-H., Becis, Y., Aubry, D., and Ramdani, N. (2015b). Indoor human/robot localization using robust multi-modal data fusion. In *Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on*, pages 3456–3463. IEEE. [71](#)
- Amri, M.-H., Becis, Y., Aubry, D., Ramdani, N., and Fränzle, M. (2015c). Robust indoor location tracking of multiple inhabitants using only binary sensors. In *Automation Science and Engineering (CASE), 2015 IEEE International Conference on*, pages 194–199. IEEE. [109](#)
- Bar-Shalom, Y. and Tse, E. (1975). Tracking in a cluttered environment with probabilistic data association. *Automatica*, 11(5) :451–460. [34](#)
- Becis-Aubry, Y., Boutayeb, M., and Darouach, M. (2008). State estimation in the presence of bounded disturbances. *Automatica*, 44(7) :1867–1873. [41](#)
- Belconde, A. (2010). *Modélisation de la détection de présence humaine*. PhD thesis, Université d’Orléans. [9](#)
- Benezeth, Y. (2009). *Détection de la présence humaine par vision*. PhD thesis, Université d’Orléans. [15](#)
- Bertsekas, D. P. and Rhodes, I. B. (1971). Recursive state estimation for a set-membership description of uncertainty. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(2) :117–128. [41](#)

-
- Bessiere, C., Katsirelos, G., Narodytska, N., Quimper, C.-G., and Walsh, T. (2010). Decomposition of the nvalue constraint. In *Principles and Practice of Constraint Programming–CP 2010*, pages 114–128. Springer. [56](#)
- Blackman, S. S. (1990). Association and fusion of multiple sensor data. *Multitarget-Multisensor Tracking: Advanced Applications*, 1 :187–218. [33](#)
- Blesa, J., Puig, V., and Saludes, J. (2012). Robust fault detection using polytope-based set-membership consistency test. *Control Theory & Applications, IET*, 6(12) :1767–1777. [96](#)
- Bloch, I. and Maître, H. (1994). Fusion de données en traitement d’images : modèles d’information et décisions. *TS. Traitement du signal*, 11(6) :435–446. [19](#)
- Boutayeb, M. and Aubry, D. (1999). A strong tracking extended kalman observer for nonlinear discrete-time systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 44(8) :1550–1556. [24](#)
- Chabert, G., Jaulin, L., and Lorca, X. (2009). A constraint on the number of distinct vectors with application to localization. In *Principles and Practice of Constraint Programming–CP 2009*, pages 196–210. Springer. [109](#)
- Chen, J. and Patton, R. J. (2012). *Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, volume 3. Springer Science & Business Media. [96](#)
- Combastel, C. (2003). A state bounding observer based on zonotopes. In *European Control Conference*. [41](#)
- Cook, D. J. and Krishnan, N. C. (2015). *Activity Learning : Discovering, Recognizing, and Predicting Human Behavior from Sensor Data*. John Wiley & Sons. [13](#), [15](#)
- Crisan, D. and Doucet, A. (2002). A survey of convergence results on particle filtering methods for practitioners. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 50(3) :736–746. [24](#)
- Danancher, M., Lesage, J.-J., Litz, L., and Faraut, G. (2013a). A discrete event model for multiple inhabitants location tracking. In *Automation Science and Engineering (CASE), 2013 IEEE International Conference on*, pages 910–915. IEEE. [108](#)
- Danancher, M., Lesage, J.-J., Litz, L., and Faraut, G. (2013b). Online location tracking of a single inhabitant based on a state estimator. In *Systems, Man, and Cybernetics (SMC), 2013 IEEE International Conference on*, pages 391–396. IEEE. [70](#)
- Dasarathy, B. V. (2002). Image fusion in the context of aerospace applications. *Information Fusion*, 3(1) :1. [19](#)
- Dellaert, F., Fox, D., Burgard, W., and Thrun, S. (1999). Monte carlo localization for mobile robots. In *Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1322–1328. IEEE. [24](#)

-
- Dempster, A. P. (1968). A generalization of bayesian inference. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pages 205–247. [30](#)
- Dissanayake, M., Newman, P., Clark, S., Durrant-Whyte, H. F., and Csorba, M. (2001). A solution to the simultaneous localization and map building (slam) problem. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 17(3) :229–241. [19](#)
- Doscher, J. and Evangelist, M. (1998). Accelerometer design and applications. *Analog Devices*, 3. [16](#)
- Drevelle, V. (2011). *Étude de méthodes ensemblistes robustes pour une localisation multisensorielle intègre. Application à la navigation des véhicules en milieu urbain*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne. [59](#), [66](#)
- Drevelle, V. and Bonnifait, P. (2010). Robust positioning using relaxed constraint-propagation. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 4843–4848. IEEE. [64](#)
- Drevelle, V. and Bonnifait, P. (2011). A set-membership approach for high integrity height-aided satellite positioning. *GPS solutions*, 15(4) :357–368. [64](#)
- Drevelle, V. and Bonnifait, P. (2012). Interval-based fault detection and identification applied to global positioning. In *16h IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2012)*, pages 1085–1090. [96](#), [97](#)
- Durieu, C., Aldon, M., and Meizel, D. (1996). La fusion de données multisensorielles pour la localisation en robotique mobile. *Traitement du signal*, 13(2) :143–166. [19](#), [40](#)
- Fayad, F. (2009). *Gestion de la confiance dans un système de fusion multisensorielle : application à la détection de piétons en situations routières*. PhD thesis, Compiègne. [32](#)
- Feng, C., Valaee, S., and Tan, Z. (2009). Multiple target localization using compressive sensing. In *Global Telecommunications Conference, 2009. GLOBECOM 2009. IEEE*, pages 1–6. IEEE. [108](#)
- Fermon, C. and Pannetier-Lecoeur, M. (2010). Électronique de spin et capteurs magnétiques. *Reflets de la physique*, (18) :8–11. [12](#)
- Fleury, A., Vacher, M., Glasson, H., Serignat, J.-F., and Noury, N. (2008). Data fusion in health smart home : Preliminary individual evaluation of two families of sensors. In *ISG'08*, page 135. [69](#)
- Fogel, E. and Huang, Y.-F. (1982). On the value of information in system identification—bounded noise case. *Automatica*, 18(2) :229–238. [41](#)
- Fortmann, T. E., Bar-Shalom, Y., and Scheffe, M. (1980). Multi-target tracking using joint probabilistic data association. In *Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes, 1980 19th IEEE Conference on*, pages 807–812. IEEE. [35](#)

-
- Fränzle, M., Herde, C., Teige, T., Ratschan, S., and Schubert, T. (2007). Efficient solving of large non-linear arithmetic constraint systems with complex boolean structure. *Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation*, 1 :209–236. [109](#), [112](#)
- Gao, S., Ganai, M., Ivančić, F., Gupta, A., Sankaranarayanan, S., and Clarke, E. M. (2010). Integrating icp and lra solvers for deciding nonlinear real arithmetic problems. In *Proceedings of the 2010 Conference on Formal Methods in Computer-Aided Design*, pages 81–90. FMCAD Inc. [109](#)
- GARNIER, B. (2015). Capteurs industriels de vibration. *Techniques de l'ingénieur Vibrations en milieu industriel, mesures, surveillance et contrôle*. [13](#)
- Gertler, J. (1997). Fault detection and isolation using parity relations. *Control engineering practice*, 5(5) :653–661. [96](#)
- Gning, A., Ristic, B., Mihaylova, L., and Abdallah, F. (2013). An introduction to box particle filtering [lecture notes]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 30(4) :166–171. [27](#)
- Gobeau, J. (2006). Détecteurs de mouvement à infrarouge passif. In *Colloque capteur*. [9](#)
- Gu, Y., Lo, A., and Niemegeers, I. (2009). A survey of indoor positioning systems for wireless personal networks. *Communications Surveys & Tutorials, IEEE*, 11(1) :13–32. [69](#)
- Hall, D. and Llinas, J. (2001). *Multisensor data fusion*. CRC press. [29](#)
- Hao, Q., Brady, D. J., Guenther, B. D., Burchett, J. B., Shankar, M., and Feller, S. (2006). Human tracking with wireless distributed pyroelectric sensors. *Sensors Journal, IEEE*, 6(6) :1683–1696. [69](#)
- Hao, Q., Hu, F., and Xiao, Y. (2009). Multiple human tracking and identification with wireless distributed pyroelectric sensor systems. *Systems Journal, IEEE*, 3(4) :428–439. [69](#)
- Héctor-Moisés, V. (2002). *Contribution à l'Estimation d'Etat à Horizon Glissant par Méthodes Ensemblistes : Applications à la Surveillance et Détection des Dysfonctionnements sur des Bioprocédés*. PhD thesis, PhD thesis, Université Joseph Fourier de Grenoble. [118](#)
- Hofstedt, P. (2011). *Multiparadigm constraint programming languages*. Springer. [109](#)
- Howard, A., Matark, M. J., and Sukhatme, G. S. (2002). Localization for mobile robot teams using maximum likelihood estimation. In *Intelligent Robots and Systems, 2002. IEEE/RSJ International Conference on*, volume 1, pages 434–439. IEEE. [20](#)
- Huang, S. and Dissanayake, G. (2007). Convergence and consistency analysis for extended kalman filter based slam. *Robotics, IEEE Transactions on*, 23(5) :1036–1049. [23](#)
- Hughes, K. F. and Murphy, R. R. (1992). Ultrasonic robot localization using dempster-shafer theory. In *San Diego'92*, pages 2–11. International Society for Optics and Photonics. [31](#)

-
- Ingimundarson, A., Bravo, J. M., Puig, V., and Alamo, T. (2005). Robust fault diagnosis using parallelotope-based set-membership consistency tests. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05. 44th IEEE Conference on*, pages 993–998. IEEE. [96](#)
- Ingimundarson, A., Bravo, J. M., Puig, V., Alamo, T., and Guerra, P. (2009). Robust fault detection using zonotope-based set-membership consistency test. *International journal of adaptive control and signal processing*, 23(4) :311. [96](#)
- Isermann, R. and Ballé, P. (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control engineering practice*, 5(5) :709–719. [96](#)
- Istrate, D., Castelli, E., Vacher, M., Besacier, L., and Serignat, J.-F. (2006). Information extraction from sound for medical telemonitoring. *Information Technology in Biomedicine, IEEE Transactions on*, 10(2) :264–274. [15](#)
- Jaulin, L. (2001). *Applied interval analysis : with examples in parameter and state estimation, robust control and robotics*, volume 1. Springer Science & Business Media. [19](#), [40](#), [41](#), [51](#), [53](#), [56](#), [59](#), [61](#), [62](#), [63](#)
- Jaulin, L. (2009). Robust set-membership state estimation; application to underwater robotics. *Automatica*, 45(1) :202–206. [64](#), [65](#)
- Jaulin, L. (2011). Set-membership localization with probabilistic errors. *Robotics and Autonomous Systems*, 59(6) :489–495. [65](#), [66](#)
- Jaulin, L., Kieffer, M., Walter, E., and Meizel, D. (2002). Guaranteed robust nonlinear estimation with application to robot localization. *Systems, Man, and Cybernetics, Part C : Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, 32(4) :374–381. [70](#)
- Jaulin, L., Walter, E., and Didrit, O. (1996). Guaranteed robust nonlinear parameter bounding. In *CESA'96 IMACS Multiconference (Symposium on Modelling, Analysis and Simulation)*, volume 2, pages 1156–1161. [64](#)
- Jetto, L., Longhi, S., and Venturini, G. (1999). Development and experimental validation of an adaptive extended kalman filter for the localization of mobile robots. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 15(2) :219–229. [23](#)
- Jia, B. and Xin, M. (2014). High-degree cubature joint probabilistic data association information filter for multiple sensor multiple target tracking. In *Decision and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on*, pages 304–309. IEEE. [107](#)
- Kamal, A. T., Farrell, J., Roy-Chowdhury, A. K., et al. (2013). Information consensus for distributed multi-target tracking. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2013 IEEE Conference on*, pages 2403–2410. IEEE. [107](#)

-
- Karl, H. and Willig, A. (2007). *Protocols and architectures for wireless sensor networks*. John Wiley & Sons. 69
- Ketabdar, H., Yüksel, K. A., and Roshandel, M. (2010). Magitact : interaction with mobile devices based on compass (magnetic) sensor. In *Proceedings of the 15th international conference on Intelligent user interfaces*, pages 413–414. ACM. 18
- Kieffer, M., Jaulin, L., Walter, É., and Meizel, D. (2000). Robust autonomous robot localization using interval analysis. *Reliable computing*, 6(3) :337–362. 64
- Kim, H. H., Ha, K. N., Lee, S., and Lee, K. C. (2009). Resident location-recognition algorithm using a bayesian classifier in the pir sensor-based indoor location-aware system. *Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on*, 39(2) :240–245. 69
- Kiri, E. and Buehler, M. (2002). Three-state extended kalman filter for mobile robot localization. *McGill University, Montreal, Canada, Tech. Rep. TR-CIM*, 5. 23
- Ladd, A. M., Bekris, K. E., Rudys, A. P., Wallach, D. S., and Kavraki, L. E. (2004). On the feasibility of using wireless ethernet for indoor localization. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 20(3) :555–559. 30
- Leonard, J. J. and Durrant-Whyte, H. F. (1991). Simultaneous map building and localization for an autonomous mobile robot. In *Intelligent Robots and Systems' 91. Intelligence for Mechanical Systems, Proceedings IROS'91. IEEE/RSJ International Workshop on*, pages 1442–1447. IEEE. 19
- Lesecq, S., Barraud, A., and Dinh, K. (2003). Numerical accurate computations for ellipsoidal state bounding. In *Eleventh Mediterranean Conference on Control and Automation MED*, volume 3. 96
- Li, N. and Hao, Q. (2008). Multiple human tracking with wireless distributed pyro-electric sensors. In *SPIE Defense and Security Symposium*, pages 694033–694033. International Society for Optics and Photonics. 107, 108
- Luo, R. C. and Chen, O. (2013). Wireless and pyroelectric sensory fusion system for indoor human/robot localization and monitoring. *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions On*, 18(3) :845–853. 70, 107, 108
- Luo, R. C., Chen, O., and Lin, P. H. (2012). Indoor robot/human localization using dynamic triangulation and wireless pyroelectric infrared sensory fusion approaches. In *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, pages 1359–1364. IEEE. 70
- Marx, B., Maquin, D., and Ragot, J. (2010). State estimation and fault detection of uncertain systems based on an interval approach. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 720–725. IEEE. 96

-
- Mathieu, H. (2000). La chaîne de l'acquisition d'images. *INRIA Research Report*. 15
- Meizel, D., Lévêque, O., Jaulin, L., and Walter, E. (2002). Initial localization by set inversion. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 18(6) :966–971. 70
- Mihaylova, L., Carmi, A. Y., Septier, F., Gning, A., Pang, S. K., and Godsill, S. (2014). Overview of bayesian sequential monte carlo methods for group and extended object tracking. *Digital Signal Processing*, 25 :1–16. 24
- Montemerlo, M., Thrun, S., and Whittaker, W. (2002). Conditional particle filters for simultaneous mobile robot localization and people-tracking. In *Robotics and Automation, 2002. Proceedings. ICRA'02. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 695–701. IEEE. 24
- Moore, R. E. (1966). *Interval analysis*, volume 4. Prentice-Hall Englewood Cliffs. 40
- Mourad, F., Snoussi, H., Kieffer, M., and Richard, C. (2011a). Robust interval-based localization algorithms for mobile sensor networks. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2012. 76
- Mourad, F., Snoussi, H., and Richard, C. (2011b). Interval-based localization using rssi comparison in manets. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 47(4) :2897–2910. 76
- Murphy, R. R. (1998). Dempster-shafer theory for sensor fusion in autonomous mobile robots. *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, 14(2) :197–206. 31
- Nagaraj, S., Gollamudi, S., Kapoor, S., and Huang, Y.-F. (1999). Beacon : An adaptive set-membership filtering technique with sparse updates. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 47(11) :2928–2941. 41
- Nishiyama, M., Miyamoto, M., and Watanabe, K. (2010). Respiration rhythm monitoring in sleep based on weight movement using hetero-core fiber optic sensors. In *Control Automation and Systems (ICCAS), 2010 International Conference on*, pages 205–208. 16
- Noury, N., Barralon, P., Vuillerme, N., and Fleury, A. (2012). Fusion of multiple sensors sources in a smart home to detect scenarios of activities in ambient assisted living. *International Journal of E-Health and Medical Communications (IJEHMC)*, 3(3) :29–44. 70
- Paris, A., Arbaoui, S., Cislo, N. D., El Amraoui, A., and Ramdani, N. (2015). Using hidden semi-markov model for learning behavior in smart-homes. In *IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, pages 752–757. 94
- Paul, A. S., Wan, E., et al. (2009). Rssi-based indoor localization and tracking using sigma-point kalman smoothers. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, 3(5) :860–873. 21

-
- Planchon, P. and Lunze, J. (2008). Diagnosis of linear systems with structured uncertainties based on guaranteed state observation. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 6(3) :306–319. [96](#)
- Provan, G. M. (1992). The validity of dempster-shafer belief functions. *International Journal of Approximate Reasoning*, 6(3) :389–399. [30](#)
- Raïssi, T. (2004). *Méthodes ensemblistes pour l'estimation d'état et de paramètres*. PhD thesis, Université Paris XII Val de Marne. [118](#)
- Raïssi, T., Ramdani, N., and Candau, Y. (2005). Bounded error moving horizon state estimator for non-linear continuous-time systems : application to a bioprocess system. *Journal of Process Control*, 15(5) :537–545. [118](#)
- Raka, S. and Combastel, C. (2010). A stable interval observer for fault detection in the context of verified model-based design. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 696–701. IEEE. [96](#)
- Ramdani, N. (2005). Méthodes ensemblistes pour l'estimation. *Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris-Est Créteil Val de Marne*. [40](#)
- Reid, D. B. (1979). An algorithm for tracking multiple targets. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 24(6) :843–854. [36](#)
- Renaudin, V., Merminod, B., and Kasser, M. (2007). Techniques de localisation intramuros à transmission ultra large bande. *Revue XYZ*, 111 :15–19. [18](#)
- Reppa, V. and Tzes, A. (2010). Fault detection and diagnosis relying on set membership identification for time varying systems. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 702–707. IEEE. [96](#)
- Rizvi, S. A. and Nasrabadi, N. M. (2003). Fusion of flir automatic target recognition algorithms. *Information Fusion*, 4(4) :247–258. [29](#)
- Roughan, M. and Arnold, J. (2007). Multiple target localisation in sensor networks with location privacy. In *Security and Privacy in Ad-hoc and Sensor Networks*, pages 116–128. Springer. [107](#)
- Rump, S. M. (1999). *INTLAB—interval laboratory*. Springer. [88](#)
- Scheibler, K., Kupferschmid, S., and Becker, B. (2013). Recent improvements in the smt solver isat. *MBMV*, 13 :231–241. [112](#)
- Schweppe, F. C. (1968). Recursive state estimation : unknown but bounded errors and system inputs. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 13(1) :22–28. [41](#)
- Shafer, G. et al. (1976). *A mathematical theory of evidence*, volume 1. Princeton university press Princeton. [30](#)

-
- Sheng, X., Hu, Y.-H., and Ramanathan, P. (2005). Distributed particle filter with gmm approximation for multiple targets localization and tracking in wireless sensor network. In *Proceedings of the 4th international symposium on Information processing in sensor networks*, page 24. IEEE Press. [107](#)
- Sternberg, H. and Schwalm, C. (2008). Qualification process for mems gyroscopes for the use in navigation systems”. In *Proceedings of the 5th Symposium on Mobile Mapping Technology*, pages 1682–1777. [17](#)
- Tahir, M., Hung, P., Farrell, R., McLoone, S., and McCarthy, T. (2009). Lightweight signal processing algorithms for human activity monitoring using dual pir-sensor nodes. [69](#)
- Tamura, T., Miyasako, S.-i., Fujimoto, T., and Togawa, T. (1996). Monitoring bed temperature in elderly in the home [ecg/body movements]. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 1996. Bridging Disciplines for Biomedicine. Proceedings of the 18th Annual International Conference of the IEEE*, volume 1, pages 57–58. [16](#)
- Thomas, V. M. (2008). Environmental implications of rfid. In *Electronics and the Environment, 2008. ISEE 2008. IEEE International Symposium on*, pages 1–5. IEEE. [14](#)
- Van Harmelen, F., Lifschitz, V., and Porter, B. (2008). *Handbook of knowledge representation*, volume 1. Elsevier. [111](#)
- Want, R., Hopper, A., Falcao, V., and Gibbons, J. (1992). The active badge location system. *ACM Transactions on Information Systems (TOIS)*, 10(1) :91–102. [69](#)
- Watkins, J. and Yurkovich, S. (1996). Fault detection using set-membership identification. In *IFAC World Congress, San Francisco, USA*. [96](#)
- Xu, L., Krzyżak, A., and Suen, C. Y. (1992). Methods of combining multiple classifiers and their applications to handwriting recognition. *Systems, man and cybernetics, IEEE transactions on*, 22(3) :418–435. [28](#)
- Zang, H., Baccelli, F., and Bolot, J. (2010). Bayesian inference for localization in cellular networks. In *INFOCOM, 2010 Proceedings IEEE*, pages 1–9. IEEE. [30](#)
- Zappi, P., Farella, E., and Benini, L. (2010). Tracking motion direction and distance with pyroelectric sensors. *Sensors Journal, IEEE*, 10(9) :1486–1494. [70](#)
- Zhang, B., Cheng, X., Zhang, N., Cui, Y., Li, Y., and Liang, Q. (2011). Sparse target counting and localization in sensor networks based on compressive sensing. In *INFOCOM, 2011 Proceedings IEEE*, pages 2255–2263. IEEE. [108](#)

Mohamed-Hédi AMRI

Fusion ensembliste de données pour la surveillance des personnes dépendantes en habitat intelligent

Résumé :

Mes travaux de recherches en thèse s'inscrivent dans le cadre du projet FUI E-monitorâge. L'objectif du projet, réunissant de nombreux partenaires industriels et universitaires, est d'améliorer la prise en charge individualisée et la sécurité du résident dans les établissements d'hébergement pour personnes âgées dépendantes (EHPAD).

Dans ce travail, nous avons élaboré une méthode de fusion de données multimodales issues des différents capteurs installés dans un smart home. Ces informations sont utilisées pour la localisation intérieure des personnes afin de surveiller leurs activités journalières. Généralement, les mesures issues des capteurs sont soumises à des incertitudes. Dans nos travaux, ces erreurs sont supposées inconnues mais bornées. En tenant compte de cette hypothèse, une méthode de résolution d'un problème d'estimation d'état est élaborée en se basant sur des calculs ensemblistes.

Notre algorithme de filtrage ensembliste comporte deux étapes. La première, dite de prédiction, est basée sur l'utilisation d'un modèle de marche aléatoire avec des hypothèses minimales (vitesse de déplacement maximale) pour prédire la zone où se trouve la personne. La deuxième étape, dite de correction, consiste à utiliser la mesure pour affiner cette zone. Cette étape utilise une technique de propagation de contraintes relâchée, *q-relaxed intersection*, pour permettre une meilleure robustesse par rapport aux données aberrantes. Notre algorithme est capable de quantifier, par un intervalle, l'incertitude commise sur les positions de cibles en mouvement tout en détectant les défauts de capteurs.

Mots clés : Maison intelligente, estimation ensembliste, analyse par intervalles, réseau de capteurs, détection de défauts, localisation intérieure.

Set-membership data fusion for monitoring elderly people in smart-homes

Abstract :

Our research work is a part of the project FUI 14 FEDER Collectivités E-monitor'âge. This project takes place within the framework of Ambient Assisted Living (AAL) which aims to improve the safety and the comfort of elderly people living in smart nursing homes.

This work aims to monitor the activities of elderly persons using information from different sensors. The ADL (Activities of Daily Living) are used to evaluate the ability of the person to perform on their own a selection of the activities which are essential for an independent living in the everyday life. Generally, process knowledge and measurements coming from sensors are prone to indeterminable noise. In our work, we suppose that these errors are unknown but bounded. Taking into account this hypothesis, we show how to solve the estimation issue using set-membership computations techniques.

Our algorithm, based on set-membership approach, consists of two steps. The prediction step, based on the use of a random walk mobility with minimum assumptions (maximum speed of moving), employs the previous state estimate to provide the prediction zone where the person may be located. The correction step uses the informations coming from the sensors to refine this predicted zone. This step uses a relaxed constraints propagation technique, *q-relaxed intersection*, to deal with faulty measurements. This proposed method allows us to compute the uncertainty domain for the reconstructed localization of moving targets as dealing with outliers.

Keywords : Smart-home, set-membership estimation, interval analysis, sensor network, fault detection, indoor localization.



PRISME EA 4229 Université d'Orléans
8 rue Léonard de Vinci, 45072 Orléans.